Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Guanajuato.

ÁLGEBRA

CUADERNO DE TRABAJO
PRIMER SEMESTRE

ÁLGEBRA
LECTURA, EXPRESIÓN-ORAL Y ESCRITA I
QUÍMICA I
INGLÉS I
LÓGICA

Número de registro:
03-2021-121413035000-01

Secretaría de Educación de Guanajuato

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Mensaje de la Directora General

Joven Estudiante:

En todo este proceso de incorporación al mundo profesional, las matemáticas tienen una importancia decisiva, por lo que su aprendizaje en la preparatoria es de la mayor importancia. Veamos por qué.

La competencia lógico matemática, la capacidad de escuchar; la expresión oral clara y la redacción lógica nos permiten incorporar información nueva y transmitirla en cualquier situación, sea escolar o laboral. Estas habilidades son, por lo tanto, la puerta de entrada para conocer todo lo que nos rodea (incluso las demás disciplinas) y para darnos a conocer a quienes nos rodean. Sin estas habilidades básicas no podemos tener éxito en la vida social adulta.

La reflexión sobre el uso cotidiano y su mejor conocimiento conducen aun pensamiento más ordenado, por lo que el aprendizaje de las materias básicas en la preparatoria permite a los alumnos tener un instrumento para clasificar mejor sus ideas.

En todo acto de comunicación, ya sea símbolos, números, de forma oral o escrita, intervienen una serie de elementos necesarios para que dicho acto sea eficaz. O lo quees lo mismo, sin estos componentes el proceso comunicativo no sería posible.

Directorio

Dra. Virginia Aguilera Santoyo
Directora General

Ing. Miguel Espartaco Hernández García
Encargado de la Dirección Académica

C.P Vicenta Martínez Torres
Directora Financiera y Administrativa

Lic. Sara Cecilia Casillas Martínez
Directora de Planeación y Desarrollo

Lic. Carlos Alberto Gorostieta Romero
Director de Vinculación

C.P. Alfredo García Flores
Director de Desarrollo Humano

Lic. Jaime Díaz Zavala
Director de Asuntos Jurídicos

LIA. Reynaldo Nava Garnica
Subdirector de Tecnologías de la Información

C.P. y M.A. Carlos Enrique Mendoza Santibáñez
Titular del Órgano Interno de Control

Comité Editorial

Dra. Virginia Aguilera Santoyo
Directora General

Ing. Miguel Espartaco Hernández García
Encargado de la Dirección Académica

Lic. Carlos Alberto Gorostieta Flores
Director de Vinculación

Lic. Jaime Díaz Zavala
Director de Asuntos Jurídicos

Dr. Hugo Rosales Bravo
Jefatura de Investigación

Ing. Diego Armando Villegas Ramírez
Jefatura de Programas Institucionales y Educación a Distancia

Mtra. Mayra Concepción Urrutia Zavala
Jefatura de Docencia

Lic. María Concepción Barrientos Hernández / Plantel Tarandacuao
Presidente Estatal de la Academia de Comunicación

Comisión Revisora

Cecilia Lara Rodríguez - Directora del Plantad León San Juan Bosco.
Silvia Anahí Jiménez - Directora del Plantel Silao.
Diana Rubio Zarazúa - Directora del Plantel San José Iturbide**.**
Areli Mendiola Gómez - Subdirectora Académica del Plantel Purísima del Rincón.
Silvia Yadira Ramírez Mota - Subdirectora Académica del Plantel Celaya II.
Ma. Concepción Barrientos - Presidente de la Academia Estatal de Comunicación.
Zenzilt Anahí Herrerías Guerrero - Academia Estatal de Comunicación.
Ma. Trinidad Rodríguez Muñoz - Academia Estatal de Comunicación.
Juan José Aviña Hernández - Academia Estatal de Comunicación.
Adriana Frías Ramírez - Academia Estatal de Comunicación.
Pedro Arredondo González - Presidente de la Academia Estatal de Ciencias Experimentales.
Carla Renata Villagómez Balcázar - Secretaria de la Academia Estatal de Ciencias Experimentales.
Gerardo Medina Jiménez - Presidente de la Academia Estatal de Matemáticas.
José de Jesús Leos Mireles - Academia Estatal de Matemáticas.
Néstor José Guevara Ordoñez - Academia Estatal de Matemáticas.
Martha Margarita Martínez Rangel - Presidente de la Academia Estatal de inglés.
María del Carmen Martínez Ávila - Academia Estatal de inglés.
Ma. Elena Campos Campos - Academia Estatal de inglés.
María Leticia Núñez Pascual - Academia Estatal de inglés.
Lilia López Aguado - Academia Estatal de inglés.
Francisco Javier Alcacio González - Academia Estatal de inglés.
Celina Michelle Martínez Felipe - Academia Estatal de Humanidades.
Adela Tierrablanca Estrada - Academia Estatal de Humanidades.
Ma. Inés Rosas Bravo - Academia Estatal de Humanidades.

Colaboración Especial

Mtra. Celia Margarita García Esparza - Coordinadora de Cuerpos Colegiados.
Ing. Julio Cesar Vargas Manríquez — Analista especializado para el área de docencia.

Docentes Participantes

Cuaderno de Trabajo de Álgebra

Gerardo Medina Jiménez - Plantel Comonfort.

Néstor José Guevara Ordoñez - Plantel León.

José de Jesús Godoy Alvarado - Plantel Irapuato III.

José de Jesús Leos Mireles - Plantel Silao.

Sergio Arturo Vargas Aguilera - Plantel Irapuato III.

Arturo Capulín García - Plantel Santa Cruz de Juventino Rosas.

Martín García García - Plantel Doctor Mora.

Angélica Duran Sánchez - Plantel Xonotli.

Uriel Malagón Corrales - Plantel Xonotli.

Gustavo Gutiérrez Pelagio - Plantel Irapuato.

Edgard Francisco Serna Ceja - Plantel Santa Cruz de Juventino Rosas.

Agustín Delgado Vega - Plantel Ocampo.

Daniela Tenorio Guzmán - Plantel Irapuato III.

Francisco Lucio Palacios – Plantel León San Juan Bosco.

Rogelio Espitia Cabrera - Plantel Huanímaro.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 5
PRIMER PARCIAL 7
OPERACIONES ARITMÉTICAS 10
OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO 22
PORCENTAJE 23
RAZONES Y PROPORCIONES 25
CARACTERIZA UNA RELACIÓN PROPORCIONAL DIRECTA 26
LA VARIABLE COMO NÚMERO GENERALIZADO, INCÓGNITA Y RELACIÓN DE DEPENDENCIA FUNCIONAL 33
EXPRESIONES VERBALES Y ALGEBRAICAS 33
SUCESIONES Y SERIES NUMÉRICAS PARTICULARES 40
SEGUNDO PARCIAL 48
RAZONES, PROPORCIONES Y VARIACIONES. 52
RESIGNIFICA EN CONTEXTO AL ALGORITMO DE LA REGLA DE TRES SIMPLES 62
TERCER PARCIAL 67
REALIZA OPERACIONES ALGEBRAICAS 70
MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO 72
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS 72
BINOMIOS AL CUADRADO 77
BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN 81
PRODUCTOS NOTABLES 82
FACTORIZACIÓN CON PRODUCTOS NOTABLES 82
ANÁLISIS Y REALIZACIÓN DE MODELOS DE SITUACIONES EMPLEANDO ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA 87
ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA 87
ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS 91
GRÁFICA DE UNA LÍNEA RECTA UTILIZANDO LOS PUNTOS DONDE LA RECTA CORTA LOS EJES CARTESIANOS 95
RESUELVE ECUACIONES LINEALES 97
RESUELVE ECUACIONES CUADRÁTICAS. 102
RELACIÓN ENTRE FUNCIÓN Y ECUACIÓN CUADRÁTICA 110

COMPETENCIA MATEMÁTICA

1. Capacidad del estudiante para identificar, analizar y resolver problemas de situaciones reales o hipotéticas de la vida cotidiana empleando el pensamiento matemático.

Habilidad específica	Contenido específico
1. Identifica operaciones básicas de números enteros y racionales para resolver problemas de la vida cotidiana empleando el pensamiento matemático.	Suma Resta Multiplicación División Números fraccionarios Números decimales
2. Expresa y utiliza sucesiones y series aritméticas y geométricas.	Sucesiones Series numéricas
3. Expresa algebraicamente situaciones problema de la vida cotidiana	Lenguaje algebraico
4. Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa e inversa como porcentajes, escalas e interés simple.	Razones Proporciones
5. Resuelve problemas que involucran una relación lineal entre dos conjuntos de cantidades.	Ecuaciones lineales

INTRODUCCIÓN

En este curso profundizarás y ampliarás los aspectos aritméticos de número, variable y relación proporcional que aprendiste en la secundaria, transitando al Álgebra como un lenguaje que permite generalizar y expresar simbólicamente a los números y sus operaciones, y que posibilite la modelación de fenómenos y el planteamiento y resolución de situaciones que exigen del manejo formal de un lenguaje simbólico dotado de significados.

La asignatura de Álgebra que vas a cursar este semestre se encuentra dentro del campo disciplinar de Matemáticas, se imparte en el primer semestre del Bachillerato Tecnológico y tiene como propósito que aprendas a identificar, analizar y comprender el uso del lenguaje algebraico en una diversidad de contextos; es decir, que logres dotarlo de significado mediante su uso.

El Álgebra es también una forma de entender procesos de simbolización en matemáticas, ciencias y tecnologías: la fuerza del lenguaje algebraico radica en su capacidad de generalización que se expresa en el poder de la simbolización mediante variables y su manipulación. De este modo durante el curso reconocerás la importancia de las matemáticas en tu vida, pues las estarás movilizando mediante el uso de un lenguaje para el reconocimiento de patrones, para arribar a su simbolización y la generalización que constituyen los Elementos del Álgebra Básica. Durante el curso realizarás una serie de actividades para desarrollar los conocimientos, habilidades y actitudes con el fin de que alcances las competencias genéricas y disciplinares que se establecen en el programa de estudios.

Las cinco Competencias Genéricas que desarrollarás en este curso son:

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.

3. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
4. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
5. Participa y colabora de manera efectiva en grupos diversos.

Las seis Competencias disciplinares que desarrollarás durante el curso son:

Competencia 1.

Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas y formales.

Competencia 2:

Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

Competencia 3:

Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

Competencia 4:

Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Competencia 5:

Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

Competencia 8:

Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

SÍMBOLOS DE IDENTIFICACIÓN

Aprendiendo a usar el cuaderno:

Rescatando mis aprendizajes.

Para aprender más

. Ejercitando mi habilidad.

¿Qué Aprendí?

Mi avance

Actividad Transversal

UNIDAD I

PRIMER PARCIAL

Al término de la UNIDAD: “Uso de las variables y las expresiones algebraicas. Usos de los números y sus propiedades. Conceptos básicos del lenguaje algebraico”, demostrarás tus competencias en matemáticas para:

1. Abordar situaciones en las que se distinga la variable como incógnita, como número generalizado y como relación de dependencia.
2. Generalizar comportamientos de fenómenos y construir patrones.
3. Representar y expresar simbólicamente enunciados verbales de actividades matemáticas.

¿Cuáles contenidos específicos aprenderás en esta unidad?

- La variable como número generalizado, incógnita y relación de dependencia funcional: ¿cuándo y por qué son diferentes?, ¿qué caracteriza a cada una?
- Tratamiento algebraico de enunciados verbales – “los problemas en palabras”: ¿cómo expreso matemáticamente un problema?, ¿qué tipo de simbolización es pertinente para pasar de la aritmética al álgebra?
- Interpretación de las expresiones algebraicas y de su evaluación numérica. Operaciones algebraicas. ¿Por qué la simbolización algebraica es útil en situaciones contextuales?
- Sucesiones y series numéricas particulares (números triangulares, cuadrados y poligonales).
- Sucesiones aritméticas y geométricas, representadas mediante dibujos, tablas y puntos en el plano.

Para alcanzar lo anterior durante la unidad desarrollarás los siguientes aprendizajes:

1) Transitan del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico.
2) Desarrollan un lenguaje algebraico, un sistema simbólico para la generalización y la representación.

3) Expresan de forma coloquial y escrita fenómenos de su vida cotidiana con base en prácticas como: simplificar, sintetizar, expresar, verbalizar, relacionar magnitudes, generalizar patrones, representar mediante símbolos, comunicar ideas, entre otras.
4) Reconoce la existencia de las variables y distinguen sus usos como número general, como incógnita y como relación funcional.
5) Interpreta y expresan algebraicamente propiedades de fenómenos de su entorno cotidiano.
6) Evalúa expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos.
7) Reconocer patrones de comportamiento entre magnitudes.
8) Formular de manera coloquial escrita (retórica), numérica y gráficamente patrones de comportamiento.
9) Expresar mediante símbolos fenómenos de su vida cotidiana.

Para ello en el presente material realizarás una serie de ejercicios y problemas durante cada una de las sesiones, los que te permitirán desarrollar tus habilidades necesarias para lograr el razonamiento matemático y las competencias disciplinares que se pretenden. Se te recomienda consultar videos de apoyo (Math2me, Khan Academy, Julio Profe) que te permitirán reafirmar lo aprendido en clase. No olvides practicar los ejercicios y preguntar tus dudas.

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

PRIMER PARCIAL. INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

Eje	Componentes	Contenidos centrales	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica.	• Uso de las variables y las expresiones algebraicas. • Usos de los números y sus propiedades. • Conceptos básicos del lenguaje algebraico.	• La *variable* como número generalizado, incógnita y relación de dependencia funcional: ¿cuándo y por qué son diferentes?, ¿qué caracteriza a cada una? Ejemplos concretos y creación de ejemplos. • Tratamiento algebraico de enunciados verbales – "los problemas en palabras": ¿cómo expreso matemáticamente un problema?, ¿qué tipo de simbolización es pertinente para pasar de la aritmética al álgebra? • Interpretación de las expresiones algebraicas y de su evaluación numérica. Operaciones algebraicas. ¿Por qué la simbolización algebraica es útil en situaciones contextuales?	• Transitan del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico. • Desarrollan un lenguaje algebraico, un sistema simbólico para la generalización y la representación. • Expresan de forma coloquial y escrita fenómenos de su vida cotidiana con base en prácticas como: simplificar, sintetizar, expresar, verbalizar, relacionar magnitudes, generalizar patrones, representar mediante símbolos, comunicar ideas, entre otras. • Reconoce la existencia de las variables y distinguen sus usos como número general, como incógnita y como relación funcional. • Interpreta y expresan algebraicamente propiedades de fenómenos de su entorno cotidiano. • Evalúa expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos.	• Abordar situaciones en las que se distinga la variable como incógnita, como número generalizado y como relación de dependencia. • Generalizar comportamientos de fenómenos y construir patrones. • Representar y expresar simbólicamente enunciados verbales de actividades matemáticas.

Eje	Componentes	Contenidos centrales	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica.	• De los patrones numéricos a la simbolización algebraica. • Sucesiones y series numéricas.	• Sucesiones y series numéricas particulares (números triangulares y números cuadrados, sucesiones aritméticas y geométricas), representadas mediante dibujos, tablas y puntos en el plano. Con base en comportamientos numérico, ¿qué cambia, cómo y cuánto cambia? Un análisis variacional de los patrones numéricos. • • Lo lineal y lo no lineal. Representaciones discretas de gráficas contiguas: ¿qué caracteriza a una relación de comportamiento lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación no lineal?, ¿cómo se diferencian?	• Reconocen patrones de comportamiento entre magnitudes. • Formula de manera coloquial escrita (retórica), numérica y gráficamente patrones de comportamiento. • Expresa, mediante símbolos, fenómenos de su vida cotidiana. • Reconoce fenómenos con comportamiento lineal o no lineal. • Diferencia los cocientes. • Representa, gráficamente, fenómenos de variación constante en dominios discretos.	• Usar estrategias variacionales (comparar, seriar, estimar) para diferenciar comportamientos lineales y no lineales. • Caracterizar los fenómenos de variación constante. • Representar gráficamente fenómenos de variación constante.

OPERACIONES ARITMÉTICAS.

- La variable como número generalizado, incógnita y relación de dependencia funcional: ¿cuándo y por qué son diferentes?, ¿qué caracteriza a cada una?
- Tratamiento algebraico de enunciados verbales – “los problemas en palabras”: ¿cómo expreso matemáticamente un problema?, ¿qué tipo de simbolización es pertinente para pasar de la aritmética al álgebra?
- Interpretación de las expresiones algebraicas y de su evaluación numérica. Operaciones algebraicas. ¿Por qué la simbolización algebraica es útil en situaciones contextuales?
- Sucesiones y series numéricas particulares (números triangulares, cuadrados y poligonales).
- Sucesiones aritméticas y geométricas, representadas mediante dibujos, tablas y puntos en el plano.

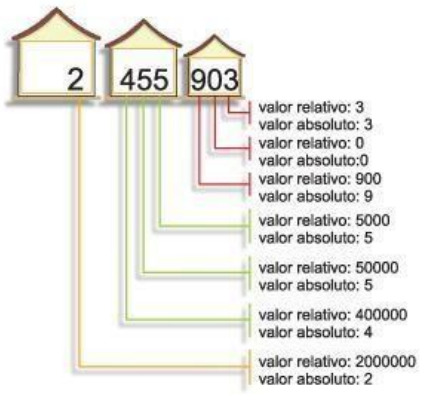
OPERACIONES ARITMÉTICAS

Actividad. Resuelve el siguiente examen diagnóstico.

- Realiza las siguientes operaciones sin calculadora.

a)	12 + 45 + 23 + 34 + 56 + 10 =	b)	21 + 54 + 30 + 40 + 60 + 13 =
c)	123455 – 113453 =	d)	553344 – 112233 =
e)	123 x 233 =	f)	456 x 45 =
g)	13466 / 123 =	h)	34567 / 23 =

Actividad. Analiza la siguiente información luego resuelve lo que se te pide.



Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
	2	4	5	5	9	0	3
Se lee:	Dos millones cincuenta y cinco mil novecientos tres.						

a) ¿Qué entiendes por valor absoluto?

b) ¿Qué entiendes por valor relativo?

c) Completa la tabla auxiliándote del ejemplo:

Ejemplo:

Centenas de millón	Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
							3	**9**	**1**
Valor absoluto							3	9	1
Valor Relativo							300	90	1
Se lee: Trecientos noventa y uno									

Centenas de millón	Decenas de millón	Centenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
						5	**3**	**0**	**5**
Valor absoluto									

Valor Relativo									
Se lee:									
				9	**5**	**1**	**7**	**8**	**2**
Valor absoluto									
Valor Relativo									
Se lee:									
		5	**6**	**0**	**3**	**4**	**5**	**0**	**1**
Valor absoluto									
Valor Relativo									
Se lee:									

Actividad. Resuelve las siguientes operaciones.

	2	3	5				4	5	6			1	6	7	8				3	4	5
+	5	3	7			+	6	7	8		+		3	4	4			+	4	5	6
		2	3				9	6	3				4	7	9				7	8	9
		1	0					3	5				2	4	3				1	2	3
	2	3	4	5			3	4	5			5	6	7	8			2	4	5	6
-	1	2	3	4		-	2	3	4		-	3	4	5	6		-	1	2	3	5

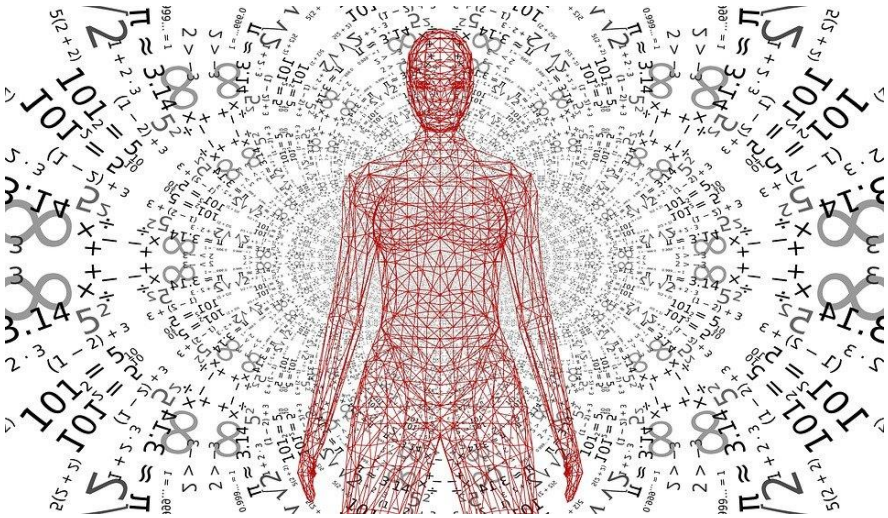
Actividad. Completa el cuadrado de Pitágoras.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Actividad. Copia el cuadrado de Pitágoras en un pedazo de cartulina de 11cm x 11cm, haciendo que cada cuadrito sea de 1cm de ancho y de alto. Luego fórralo. En el reverso escribe tu nombre completo y tu grupo. Te será indispensable si no te sabes las tablas de multiplicar porque en este semestre no usaremos la calculadora.

Actividad. Usando el cuadro anterior realiza las siguientes operaciones.

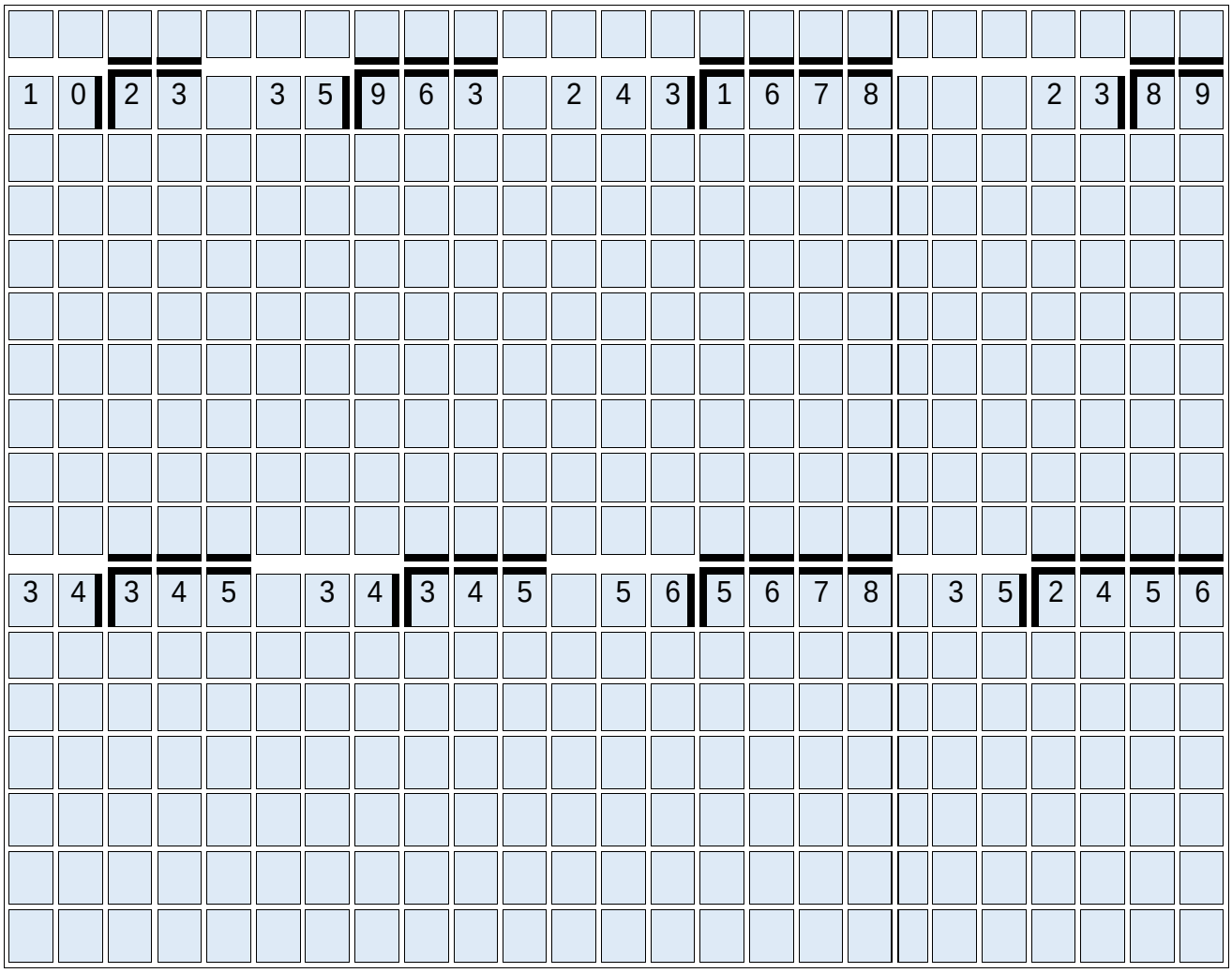
		2	3				9	6	3					1	6	7	8						8	9
	x	1	0				x	3	5					x	2	4	3				x	1	2	3
	2	3	4	5				3	4	5				5	6	7	8				2	4	5	6
	x		3	4			x	2	3	4				x		5	6				x	2	3	5



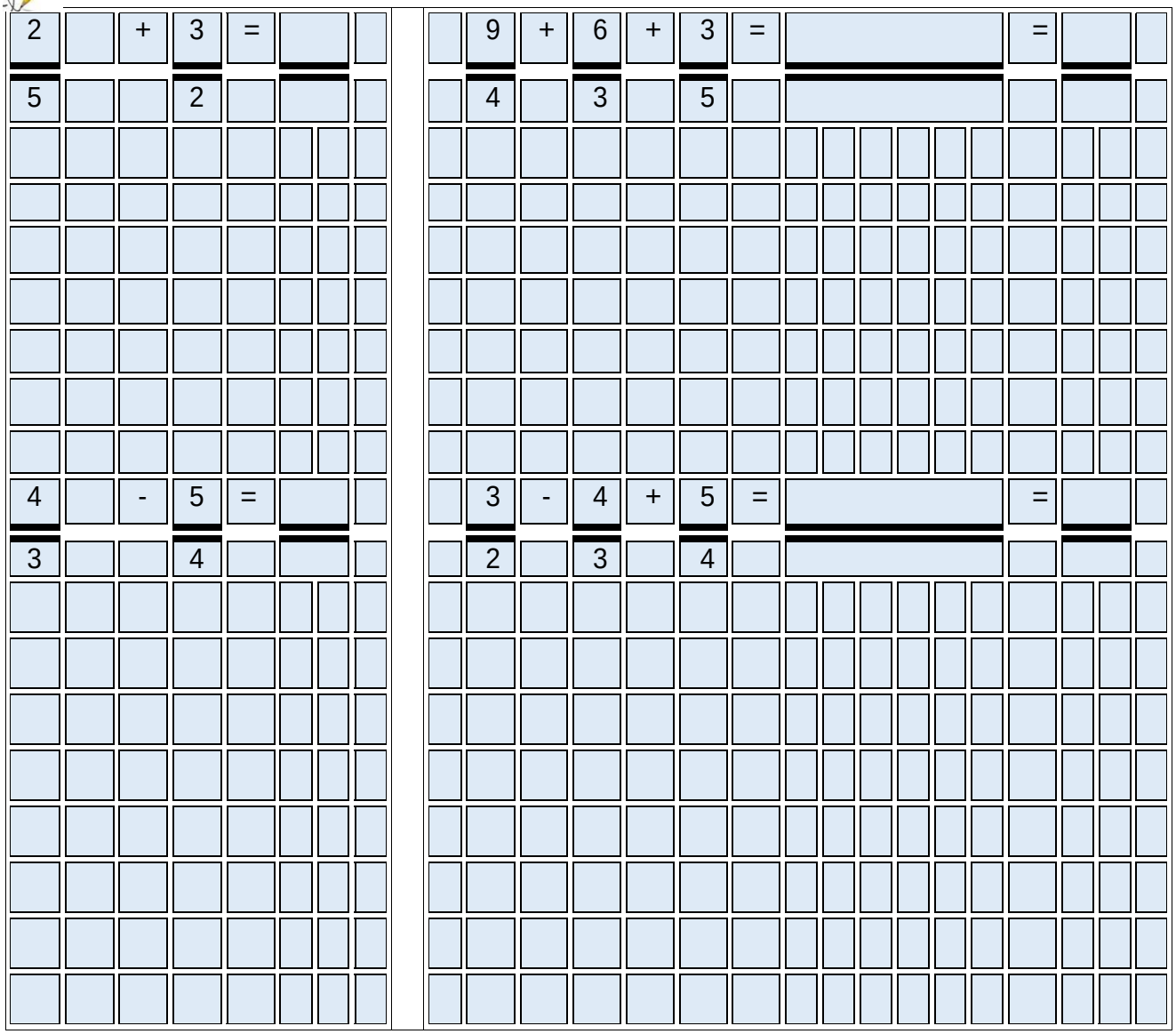
Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

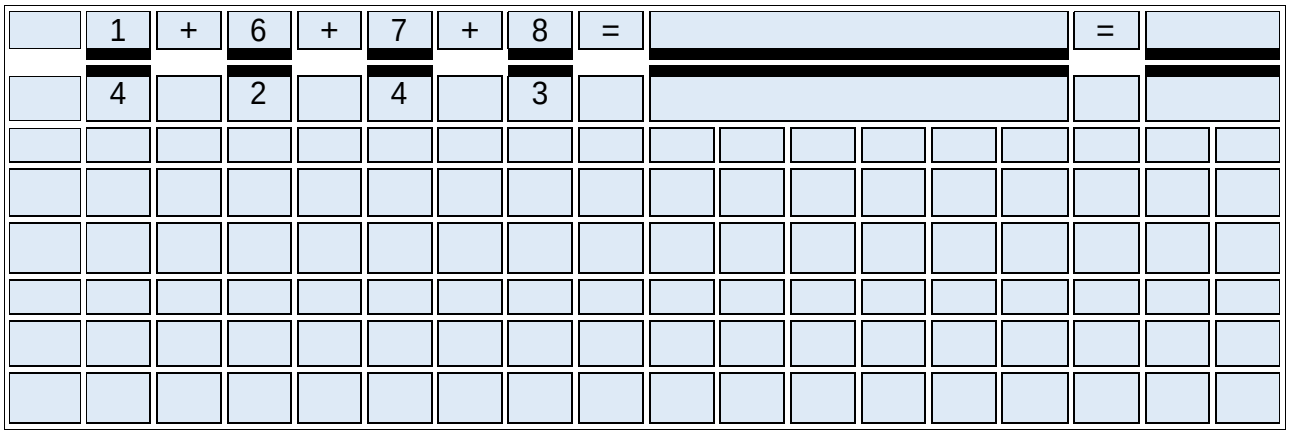
Actividad. Resuelve lo que se te pide.

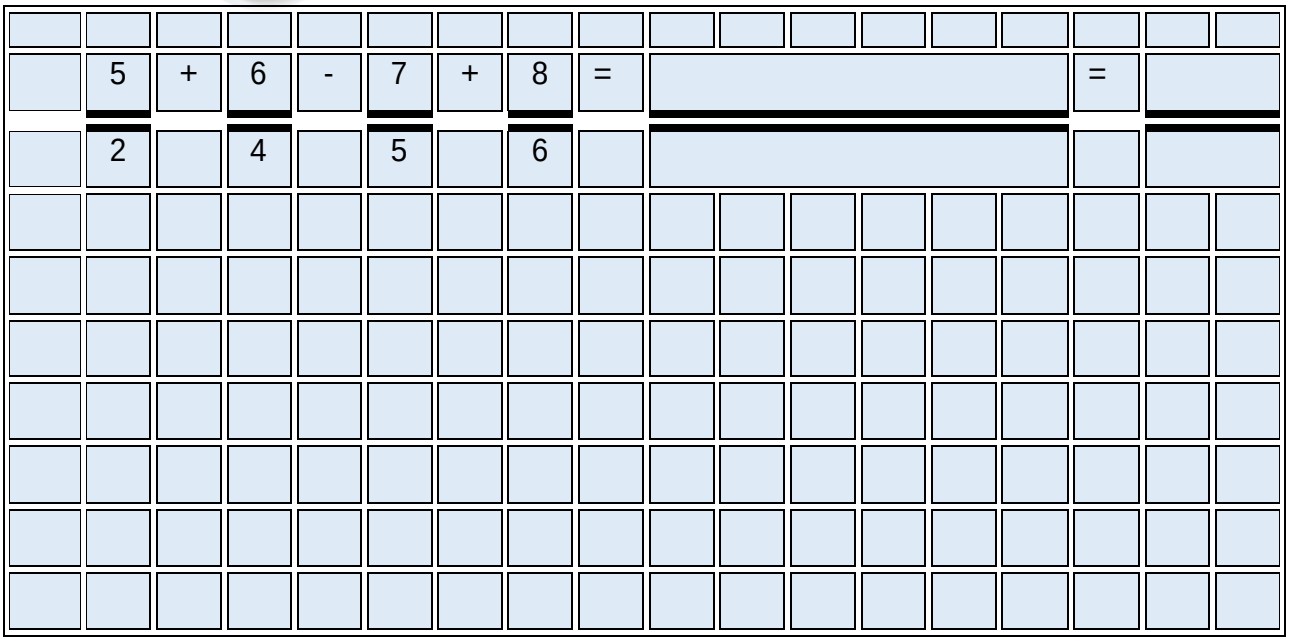
NOTA: no olvides tener a mano tu cuadrado de Pitágoras.



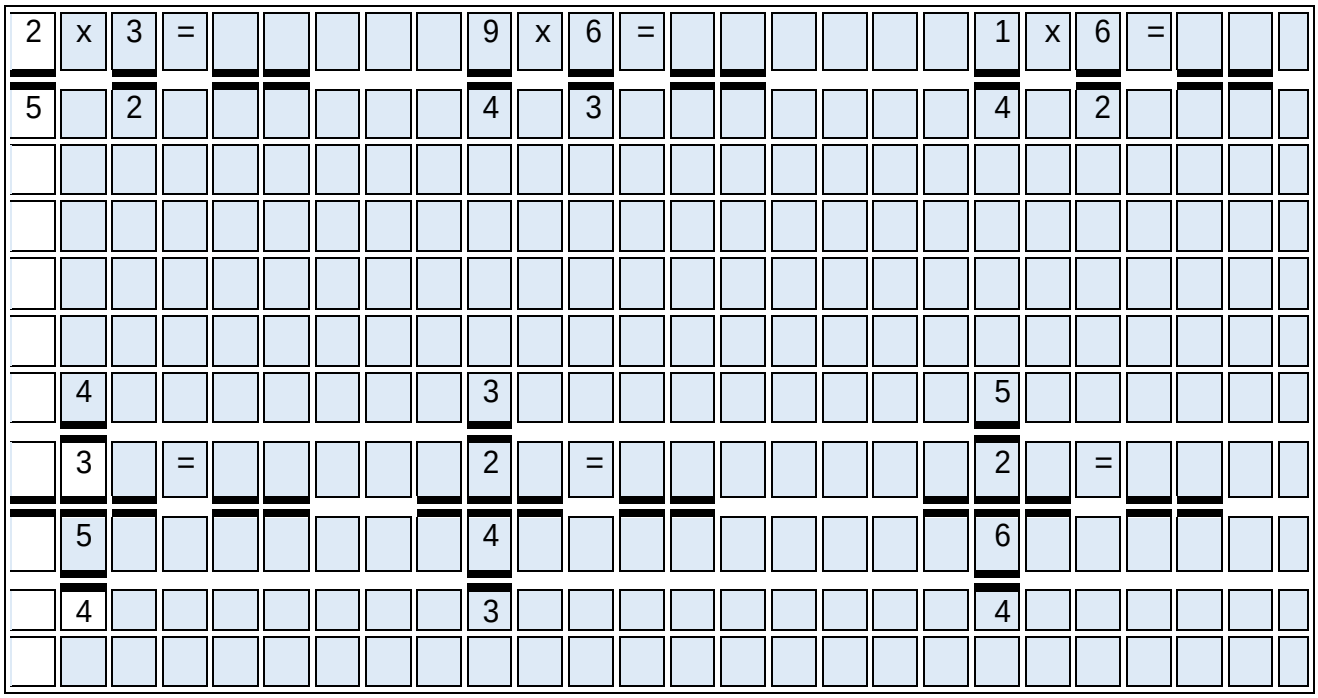
Actividad. Resuelve lo que se te pide.

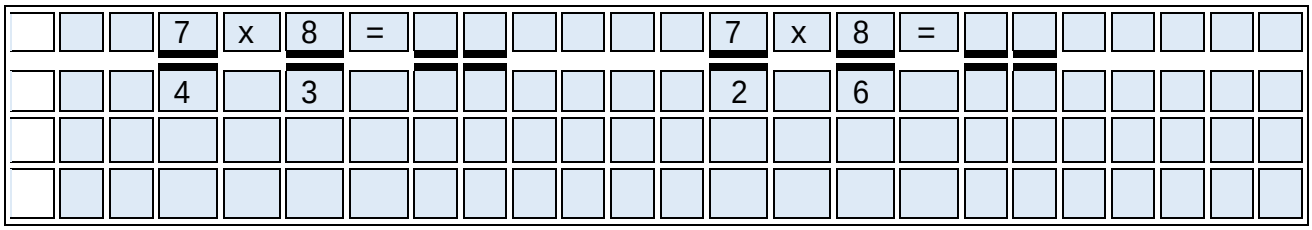


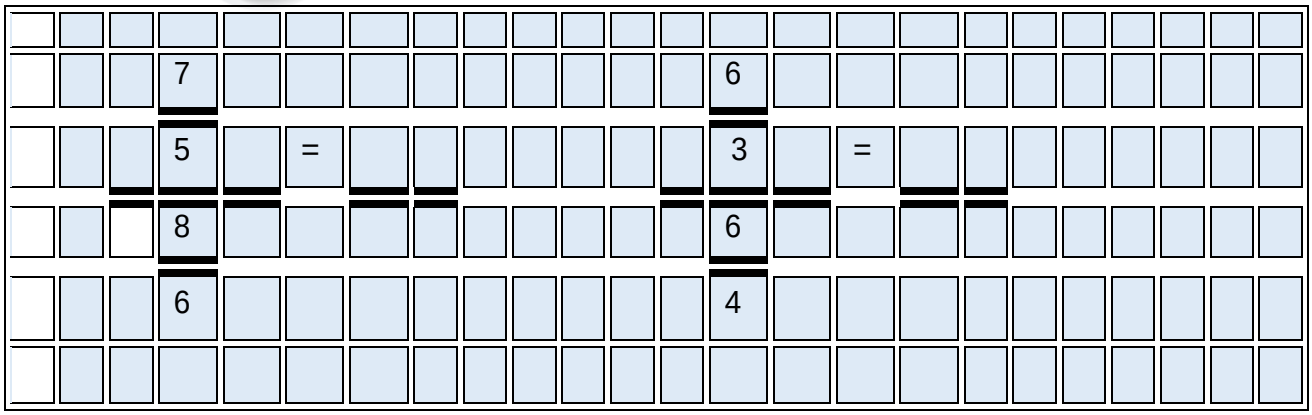




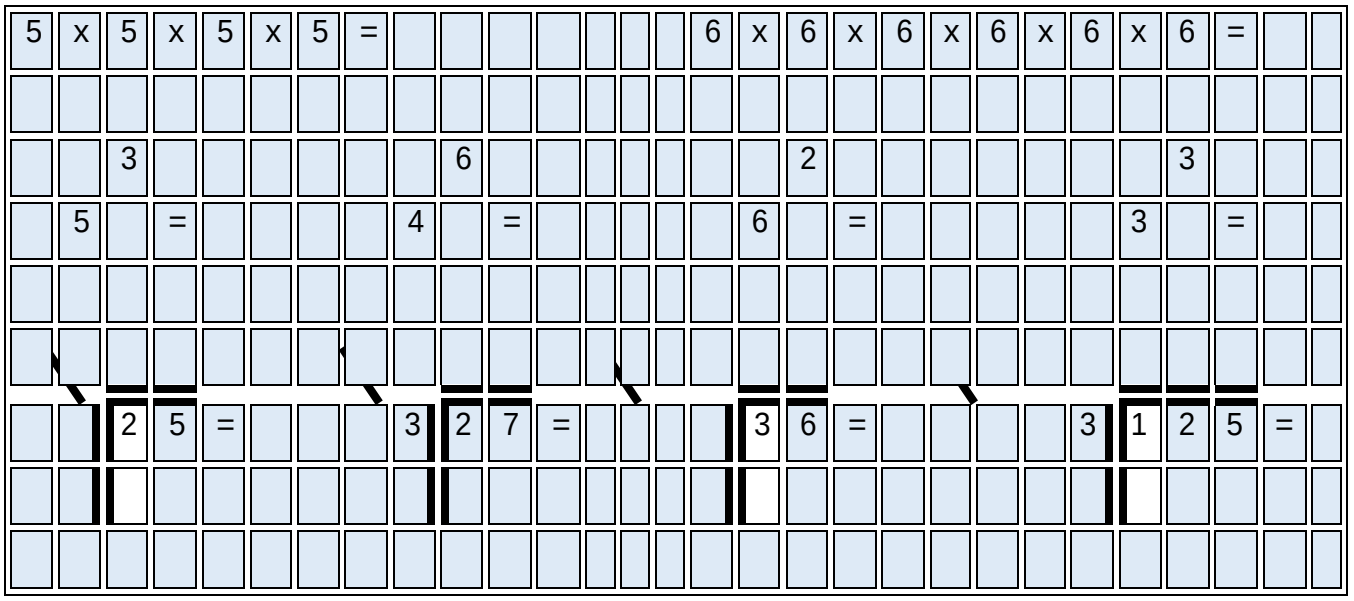
Actividad. La multiplicación y división de fracciones. Resuelve los que se te pide.

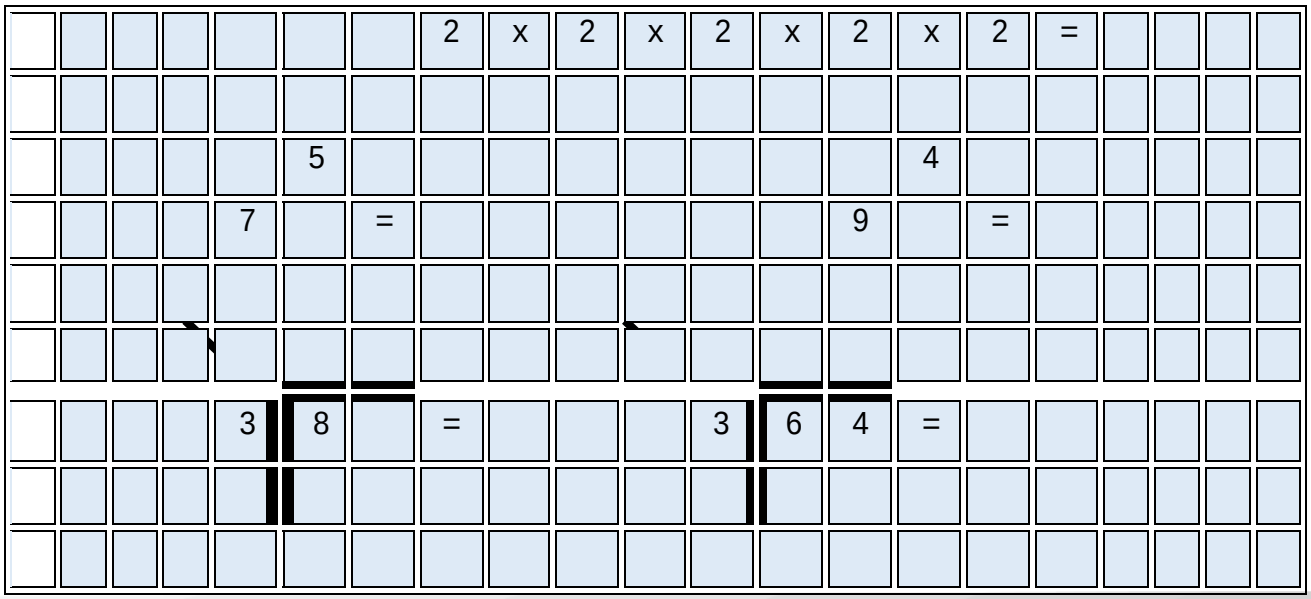






Actividad. La potenciación y la radicación. Resuelve lo que se te pide.





Actividad. Analiza la siguiente tabla y después contesta las preguntas que aparecen después.

Jerarquización de Operaciones		
Operación	Operador	Nivel
Agrupación	**( ), [ ], { }**	1
Potenciación	**^**	2
Radiación		2
Multiplicación	*****	3
División	**/**	3
Suma o adición	**+**	4
Resta o sustracción	**-**	4

a) En la operación **12 + 4 / 2 – 2** ¿qué operación realizarías primero y con qué números?

_____

_____

b) En la operación **24 ^ 3 / 2 * 2** ¿qué operación realizarías primero y con qué números?

_____

_____

c) En la operación **(12 + 4) / 2 – 2** ¿qué operación realizarías primero y con qué números?

_____

_____

Ejemplo:

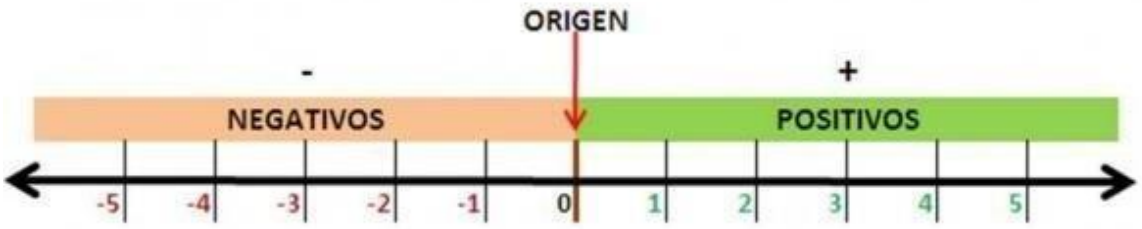
$4^3 + [\ 2 - 3\ (\ 4 + 2 * 3\ ) + 10\ ] =$	Por una parte, se resuelve las operaciones dentro del paréntesis, en el cual primero se realiza la multiplicación, puesto que la potencia está fuera de los símbolos de agrupación también se puede resolver.
$64 + [\ 2 - 3\ (\ 4 + 6\ ) \div 10\ )\ ] =$	Posterior a la multiplicación, habrá que resolver la suma contenida del paréntesis.
$64 + [\ 2 - 3\ (\ 10\ ) \div 10\ )\ ] =$	Observe que cuando se terminaron las operaciones contenidas en el paréntesis, este sigue apareciendo pero ahora con la función de multiplicación con el número 3 que está fuera del paréntesis.
$64 + [\ 2 - 30 \div 10\ ] =$ $64 + [2 - 3\ ]=$	El siguiente símbolo de agrupación por resolver es el corchete, en el cual la operación de división se debe resolver antes que la resta.
$64 + [\ -1\ ]$ $64 - 1$	Nuevamente, observe que dentro del corchete ya no hay operaciones pendientes, pero ahora este cumplirá la función de multiplicar a lo que está fuera del él, que en este caso es un signo positivo, por lo que se aplica la ley de los signos para la multiplicación.
63	Finalmente, la solución es 63.

44 2016 México COBACH Manual de Ejercicios Planea Hacia 2017 Guadalupe Acosta et.al.

Actividad. Ahora que ya conoces las operaciones aritméticas básica vas a aplicarlo con los siguientes ejercicios.

$(2 + 5) - (5 + 3) + 3 * (2 - 5) =$	$4 * \{2 *(5 + 2) - 3 * (2 - 7) + 8\} =$
$5 * \{3 + 2\ [\ 4 * (4 - 8) + 4 * (5 - 2) - 9] - 4\} =$	$6\ \{3 * [\ 4\ (5 - 7) + 2 *(5 - 3) - 8 *(4 - 2) + 3] - 7\} =$

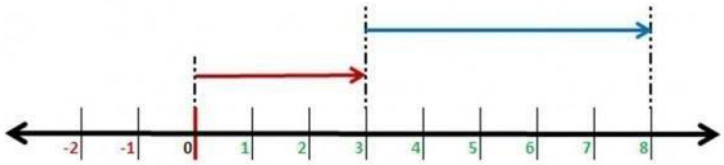
Actividad. Analiza la siguiente información y luego responde las preguntas subsecuentes.



Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

Ejemplos:

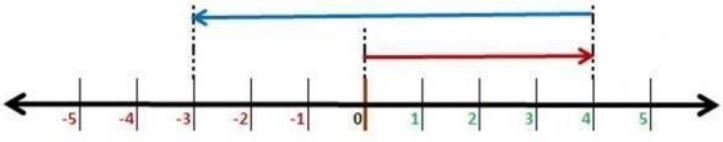
Pedro camina tres pasos hacia la derecha y luego cinco en la misma dirección ¿a cuántos pasos se encuentra de la posición inicial?



Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

$$3 + 5 = 8$$

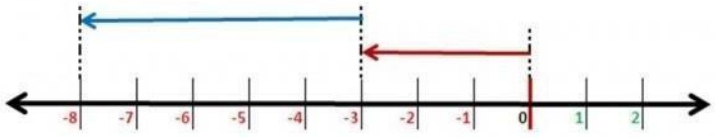
Angie se desplaza 4 m. hacia la derecha y luego 7 m. hacia la izquierda. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida?



Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

$$4 + (-7) = -3$$

Edward se desplaza 3 m. hacia la izquierda y 5 m más hacia la izquierda. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida?



– 3 + (– 5) = – 8

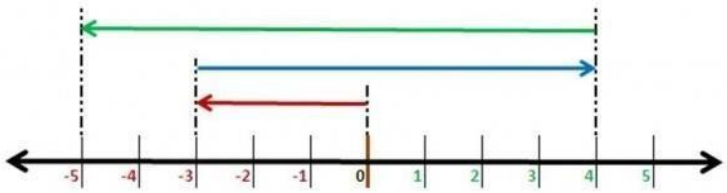
Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

Para aprender más

Teniendo en cuenta que siempre el punto de Origen es *CERO*, que los desplazamientos a la **izquierda** son cantidades **NEGATIVAS** y que los desplazamientos a la **derecha** son cantidades **POSITIVAS**, observo con detenimiento la gráfica y saco mis propias conclusiones:

La siguiente operación, la puedo escribir de dos maneras:

– 3 + 7 – 9 = **o – 3 + 7 + (– 9) =**

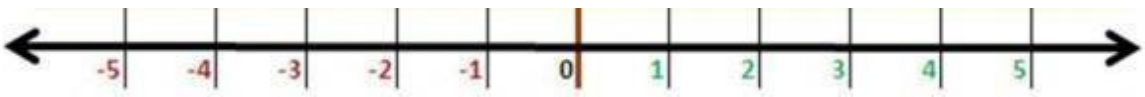


Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

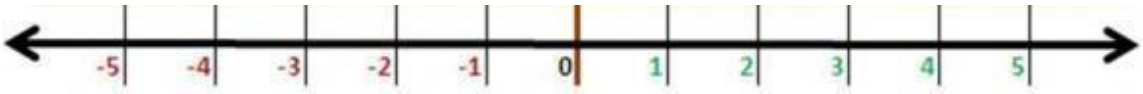
Ejercitando mi habilidad (producto esperado)

- Realiza con ayuda de la recta numérica, las operaciones indicadas.

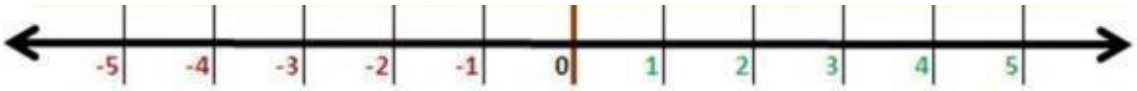
a) 5 - 6



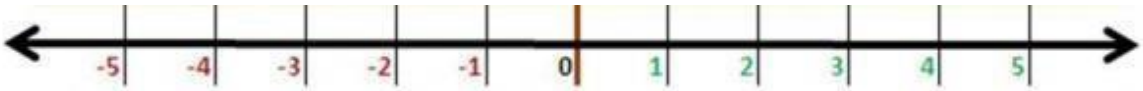
b) 2 + 3



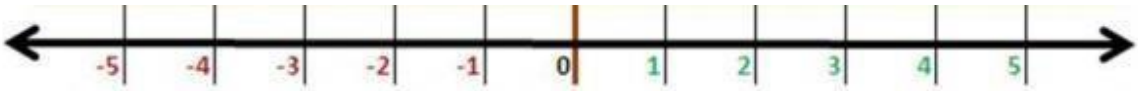
c) 2 - 6



d) 3 – 7



e) -2 + 7



Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/162442284/Desplazamientos-Positivos-y-Negativos en 27/06/18

f) Menciona 3 cosas que se puedan expresar con números positivos:

_____

_____

_____

g) Menciona 3 cosas que se puedan expresar con números negativos:

_____

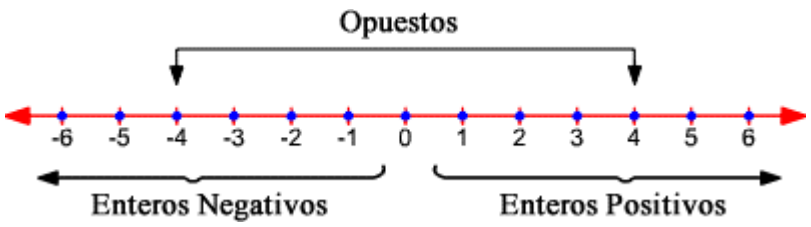
OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO.

Un número entero y su **opuesto** tienen el mismo valor numérico pero diferente signo ya que se encuentran a la misma distancia del cero.

Ejemplo:

El opuesto de **5 es –5**

El opuesto de **–11 es 11**



Recuperado de: http://biancasilva8f.blogspot.com/2017/05/opuesto-de-un-numero-entero.html 27/06/18.

Actividad. Hallar el opuesto de los siguientes números:

a)	– 3	_____
b.	– 8	_____
c.	4	_____
d.	– 198	_____
e.	0	_____
f.	– 35	_____

Para aprender más

Valor absoluto de un número entero.

Si un número es positivo, el valor absoluto es el mismo número. En cambio, si el número es negativo, su valor absoluto es el opuesto. Esto nos indica que el valor absoluto de cualquier número entero, sea positivo o negativo siempre será **positivo.**

El valor absoluto se denota escribiendo el número entre dos barras verticales, así:

| -6 | = 6 se lee: valor absoluto de menos seis es seis.

| 6 | = 6 se lee: valor absoluto de seis es seis.

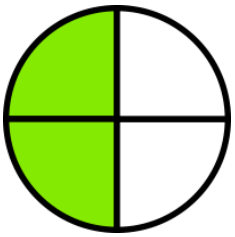
Actividad. Escribo el valor absoluto de los siguientes números:

a. 0 **b.** 34 **c.** – 2

d. 2 **e.** – 10 **f.** – 104

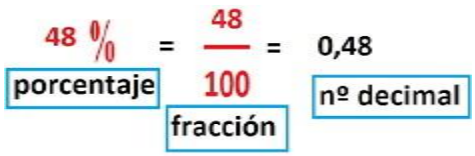
Para aprender más

1.1. PORCENTAJE.

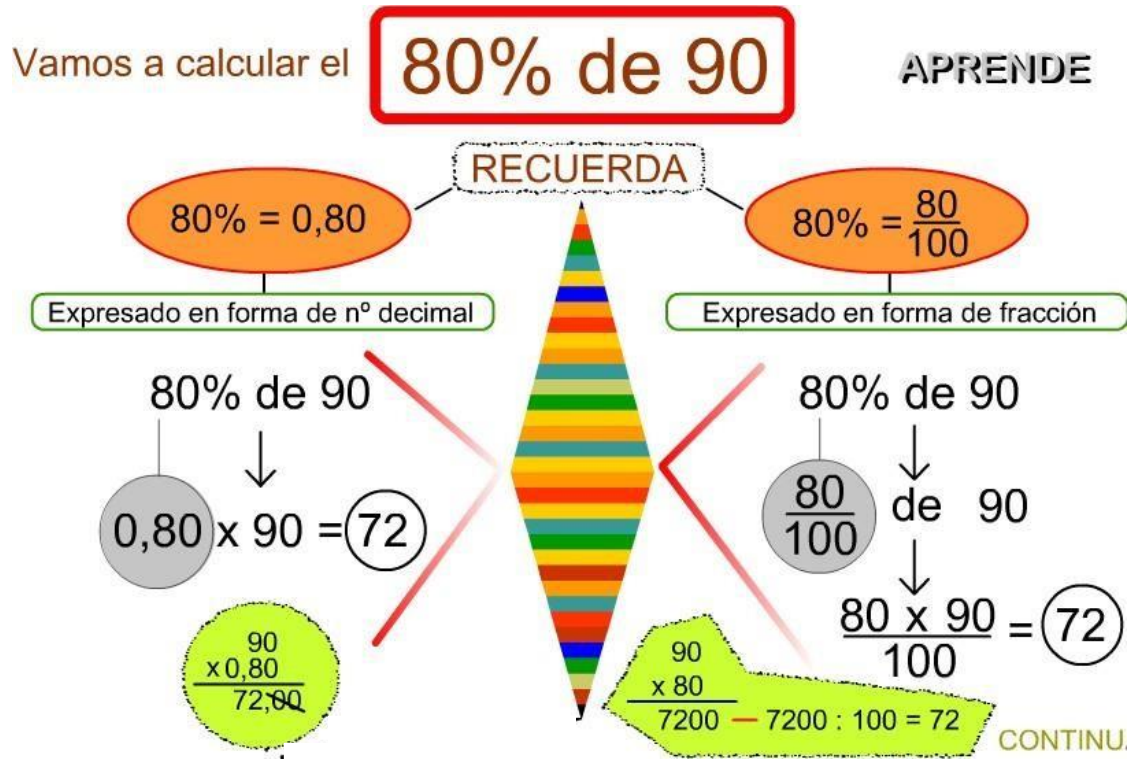


Las partes iguales en que dividimos un entero se denominan fracciones y se aprovechan para expresar cuántas partes (a) se están tomando de un entero dividido (en b partes). Por ejemplo, 2–equivale a tomar dos partes de un entero dividido en cuatro partes iguales.

Una forma usual de utilizar las fracciones comunes en diversos cálculos es el tanto por ciento (%). En muchas situaciones en tu vida cotidiana, por ejemplo: los intereses que generan los créditos bancarios, el porcentaje de mujeres en un salón, el precio de oferta de un artículo con descuento en un centro comercial, etc. El % nos indica el número que se toma de un entero dividido en cien partes. Observa la siguiente imagen.



Actividad. Revisa con atención el siguiente ejemplo para que puedas realizar el ejercicio siguiente.



Recuperada de: https://es.slideshare.net/lapresentacion/tema-8-porcentaje-y-proporcionalidad 26/10/18

Ejercitando mi habilidad

En CECyTE Guanajuato se tiene la política de que, dado que es un sistema presencial, si el estudiante falta a más del 20% de los módulos automáticamente reprobará y tendrá que asistir a curso intersemestral de esa materia por lo tanto el alumno Juan Pérez, necesita saber si ya tronó o no en las siguientes materias:

a. **Álgebra:** número total de módulos 60, módulos asistidos 50, módulos faltados_____, porcentaje de faltas_____.
b. **Química I:** número total de módulos 60, módulos asistidos 45, módulos faltados_____, porcentaje de faltas_____.
c. **Inglés I:** número total de módulos 45, módulos asistidos 30, módulos faltados_____, porcentaje de faltas_____.
d. **TIC`s:** número total de módulos 40, módulos asistidos 50, módulos faltados _____, porcentaje de faltas_____.
e. **LEOYE I:** número total de módulos 60, módulos asistidos 20, módulos faltados_____, porcentaje de faltas_____.

Para aprender más

RAZONES Y PROPORCIONES

Las razones y proporciones, nosotros denominamos razón al cociente que es indicado por dos números y que representa la relación entre dos cantidades y una proporción a la igualdad que existe entre dos o más razones.

Razón. Una razón indica en forma de división la relación entre dos cantidades. Nos indica cuántas unidades hay en relación a las otras, y se suele indicar simplificando las fracciones.

Por ejemplo, si en un salón de clases tenemos 24 niñas y 18 niños, entonces lo representaremos de alguna de las siguientes formas:

a) 24/18
b) 24:18

Y como la fracción podemos simplificarla al dividirla entre 6, entonces tendremos:

a) 4/3
a) 4:3

Y se lee que existe una razón de 4 a 3, o de 4 por cada 3.

Cada uno de los valores de una razón tiene un nombre. El valor que está del lado izquierdo de la relación, se le llama **antecedente**, y al valor del lado derecho se le llama **consecuente.**

En este caso, la relación de niñas respecto a los niños es una relación de 4 a 3, o de 4 niñas por cada 3 niños.

Proporción. La proporción indica mediante una igualdad la comparación de dos razones. Para escribir una proporción, debemos tener en cuenta que los valores antecedentes, siempre estén del mismo lado, al igual que los consecuentes.

En nuestro ejemplo del salón de clases, podemos comparar la razón que tenemos, de 4 niñas por cada 3 niños, y podremos calcular cuántos niños hay en un salón en relación al número de niñas o viceversa. Para esto, en primer lugar, escribiremos la proporción que ya conocemos:

- 4:3

Después, un signo de igualdad

- 4:3=

Y después la cantidad total, por ejemplo, la del mismo salón, recordando que debemos respetar el orden del antecedente y del consecuente. En nuestro ejemplo, el antecedente será el número de niñas, y el consecuente el número de niños.

- 4:3=24:18

Para comprobar la igualdad de la proporción, se efectúan dos multiplicaciones. En una proporción, tomaremos como referencia el signo de igualdad. Los números que están más cercanos, se llaman centros, y los números más lejanos son los extremos. En nuestro ejemplo, los números 3 y 24 son los más cercanos al signo igual, por lo que son los centros. El 4 y el 18, son los extremos. Para comprobar que la proporción es correcta, el producto de la multiplicación de los centros debe ser igual al producto de la multiplicación de los extremos:

- X 24 = 72
- X 18 = 72

CARACTERIZA UNA RELACIÓN PROPORCIONAL DIRECTA.

Proporción directa y proporción inversa.

Las proporciones pueden expresar relaciones en que el aumento de la cantidad del antecedente aumenta la cantidad del consecuente. A esta variación se le llama **proporción directa**. El ejemplo anterior es una proporción directa.

En una **proporción inversa**, el aumento de la cantidad en el antecedente, significa la disminución de la cantidad en el consecuente.

Por ejemplo, en una mueblería, 6 trabajadores hacen 8 sillones en 4 días. Si queremos saber cuántos trabajadores se necesitan para construir los 8 sillones en 1, 2 y 3 días, usaremos una proporción inversa.

Para determinarla, usaremos el número de trabajadores como cifra antecedente, y el número de días como cifra consecuente:

- 6:4=

Siguiendo el mismo orden, del otro lado de la igualdad tendremos como antecedente nuevamente el número de trabajadores, y como consecuente los días que tardarán. Tendremos algo como lo siguiente:

- 6:4 = ?:3
- 6:4 = ?:2
- 6:4 = ?:1

Para determinar la proporción inversa, multiplicaremos los factores de la razón conocida, en nuestro ejemplo, 6 y 4, y el resultado lo dividiremos entre el dato conocido de la segunda razón. Así, en nuestro ejemplo, tendremos:

6 X 4 = 24

24 / 3 = 8

24 / 2 = 12

24 / 1 = 24

Así tendremos las proporciones siguientes:

- 6:4 = 8:3
- 6:4 = 12:2
- 6:4 = 24:1

Con lo que podemos calcular que, para producir los 8 sillones en tres días, necesitamos 8 trabajadores; para fabricarlos en dos días, necesitamos 12 trabajadores, y para hacerlos en 1 día, necesitamos 24 trabajadores.

Ejemplos de razones.

- En una caja tenemos 45 canicas azules y 105 canicas rojas. La expresamos como 45:105 y dividiendo entre 15, tenemos que la razón es de 3:7 (tres por cada siete), o sea, tres canicas azules por cada siete canicas rojas.
- En una clase de un colegio cada pelota es utilizada por cada equipo de cinco niños, o sea que tenemos cinco alumnos por cada pelota de fútbol. Tenemos entonces en este ejemplo de razón que la relación entre alumnos – pelotas es 5 a 1. Esta razón se escribe 5:1 y concluimos que existe una razón de cinco alumnos por cada pelota de fútbol.
- En un estacionamiento hay coches de fábricas asiáticas y de fábricas americanas. En total hay 3060 coches, de los cuales, 1740 son de fabricación asiática y el resto, 1320, son de fabricación americana. Esto nos dará que la razón es de 1740/1320. Para simplificarla, la dividimos primero entre 10, lo que nos deja 174/132. Si ahora lo dividimos entre 6, tendremos la razón 29:22, o sea que en el estacionamiento hay 29 automóviles asiáticos por cada 22 automóviles americanos.

Ejemplos de proporciones.

Proporción directa:

En una tienda se venden dulces nacionales e importados, a razón de 3:2 Si sabemos que al día se vende 255 dulces nacionales, ¿Cuántos dulces importados se venden al día?

3:2=256: ¿Cuánto será?

X 255 = 510

5103 = 170 dulces importados.

3:2 = 256:170 (tres es a dos como 256 es a 170).

- En una fiesta se invitaron a niños y niñas. Si sabemos que acudieron en una proporción de 6 niñas por cada 4 niños, y en la fiesta hay 32 niños ¿Cuántas niñas fueron?

6:4 = ?:32

32 X 6 = 192

192 / 4 = 48 niñas fueron a la fiesta.

6:4 = 48:32 (6 es a 4 como 48 es a 32)

- Para armar una mesa, se necesitan 14 tornillos. ¿Cuántos tornillos necesitamos para armar 9 mesas?

14:1 = ?:9

14 X 9 = 126

126 / 1 = 126 tornillos son necesario.

14:1 = 126:9 (14 es a 1 como 126 es a 9).

Proporción inversa:

- Dos grúas mueven 50 contenedores en hora y media. ¿Cuántas grúas se necesitan para mover los 50 contenedores en media hora?

2:1.5 =?:.5

X 1.5 = 3

3/ .5 = 6 grúas son necesarias.

2:1.5 = 6:.5 (dos grúas es a una hora y media, como seis grúas son a media hora).

- Si 4 alumnos realizan un trabajo en equipo en 45 minutos ¿Cuánto tiempo tardarán si el equipo está formado por 6, 8, 10 y 12 estudiantes?

Tendremos las siguientes proporciones:

4:45 = 6:?

4:45 = 8:?

4:45 = 10:?

4:45 = 12:?

4 X 45 = 180

180 / 6 = 30 minutos

180 / 8 = 22.5 minutos

180 / 10 = 18 minutos

180 / 12 = 15 minutos

Por lo que las proporciones serán:

4:45 = 6:30

4:45 = 8:22.5

4:45 = 10:18

4:45 = 12:15

Actividad. Indica cuál de las siguientes situaciones relacionan variables directamente proporcionales o inversamente proporcionales:

Cantidad de género y cantidad de abrigos _____

Litros de Gasolina y kilómetros que puede recorrer un auto _____

Tiempo empleado en recorrer una distancia y velocidad _____

Cantidad de árboles y cantidad de oxígeno producido _____

A y B son dos variables directamente proporcionales. Completa la tabla.

A	16	58		40	
B	2		3		
Constante					8

A y B son dos variables inversamente proporcionales. Completa la siguiente tabla.

A	9		4	6	
B	4	3			
Constante					36

Actividad. Francisco tiene una estufa a parafina que gasta 2 litros cada 7 horas de encendida. Completa la tabla, gráfica y escribe las características.

Litros	**0**	**1**	**2**	**3**		**5**	**6**
Horas	**0**		**7**		**14**		

Gráfico

Características del gráfico:

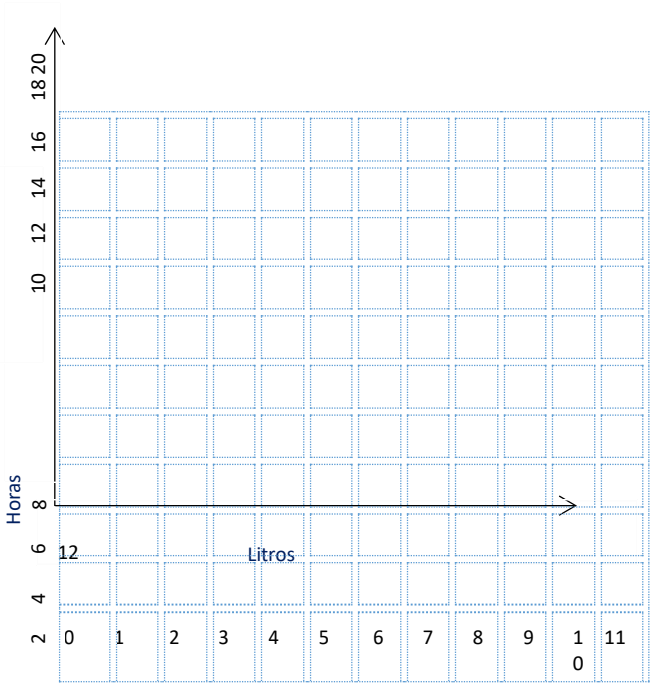
_____

_____

_____

_____

Imagen realizada en Geogebra



Actividad. Un ganadero tiene 500 animales y forraje para alimentarlos durante 80 días. Él desea construir una tabla de valores y un gráfico que le permitan determinar, en forma rápida, para cuántos días le alcanza el alimento si la población de animales varía. Ayúdale a facilitar sus cálculos.

Nº animales					
Días					

Gráfico

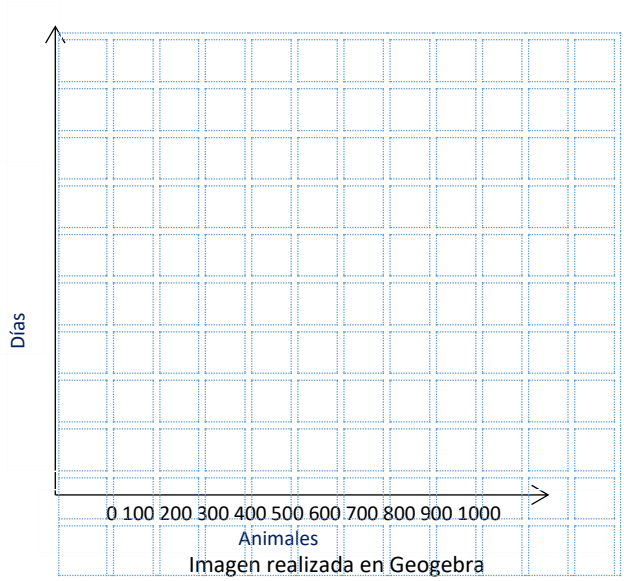
Características del gráfico

_____

_____

_____

_____



Actividad. Un profesor compra un paquete de 120 dulces para premiar la resolución de problemas de ingenio matemático. Reparte los caramelos entre los alumnos que lo resuelven bien. Completa la tabla y construye el gráfico.

Cantidad de alumnos	2	3	5	8	10	15
Número de caramelos						

Gráfico.

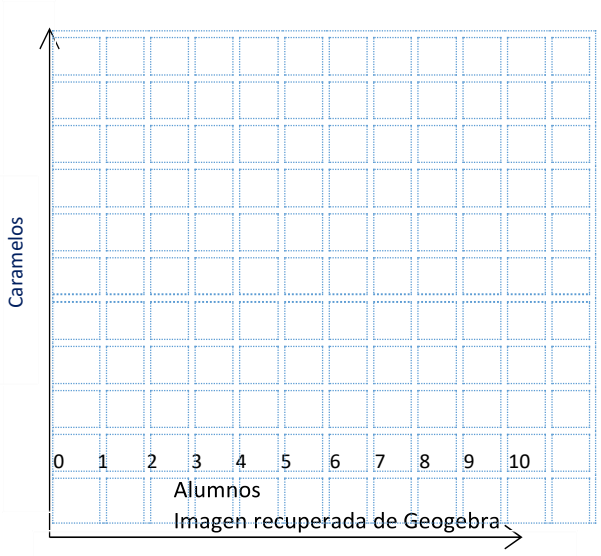
Características del gráfico

_____

_____

_____

_____



Actividad 2: Cuatro estudiantes del grupo de 1° A del CECyTE Guanajuato, llamados Ana, Bertha, Carlos y Darío, están organizando la fiesta de bienvenida y decidieron mandar un mensaje personalizado a cada uno de los compañeros de su grupo. Bertha mandó el doble de mensajes que Ana, Carlos dos mensajes más que Ana y Darío la mitad de los que envió Ana más dos mensajes. Se sabe que entre todos mandaron 40 mensajes, ya que el grupo está compuesto por esa cantidad.

a) Expresa el problema en lenguaje algebraico.
b) Cuantos mensajes envió cada uno.

Solución: Se deben de establecer las expresiones que representen la cantidad de mensajes que envía cada quien y después resolver la ecuación con una incógnita, para determinar la cantidad de mensajes que envía cada quien.

Ana: X=mensajes.

Bertha: 2X mensajes (puesto que es el doble de mensajes que envía Ana).

Carlos: X+2 (ya que envía dos mensajes que de los que envía Ana).

Darío: X/2 + 2 (esto debido a que envía la mitad de los que envía Ana más dos mensajes).

Para determinar cuántos mensajes envió cada uno se suman las 4 expresiones algebraicas y se igualan a 40, por ser el total de mensajes enviados.

(X)+(2X)+(X+2)+(X/2+2)=40

4X+X/2+4=40

8X/2+X/2=40-4

9X/2=36

9X=2(36)

9X=72

X=72/9

X=8

Ana envía 8 mensajes.

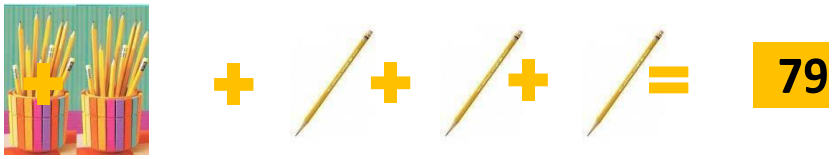
Bertha envía 2(8), es decir, **16 mensajes**.

Carlos envía 8+2, es decir, **10 mensajes**.

Darío envía 8/2+2, es decir, 4+2= **6 mensajes.**

LA VARIABLE COMO NÚMERO GENERALIZADO, INCÓGNITA Y RELACIÓN DE DEPENDENCIA FUNCIONAL

Actividad. Observa las imágenes. Hay dos lapiceras con la misma cantidad de lápices cada una. Se sabe que entre las dos lapiceras más tres lápices sueltos dan en total 79 lápices. ¿Cuántos lápices hay en cada lapicera?



a) La lapicera contiene:_____lápices.

b) Explica cómo lo resolviste:

_____

_____

_____

_____

_____

EXPRESIONES VERBALES Y ALGEBRAICAS.

El hombre tratando de explicar fenómenos de la naturaleza ha diseñado expresiones matemáticas que han servido como base para modelar dichos fenómenos, a través de la simplificación de cálculos que deben realizarse frecuentemente a los que denominamos fórmulas.

El álgebra es la rama de la matemática que considera el uso de símbolos, como las letras y números, para representar cantidades y realizar operaciones con ellas. Por esto las letras se consideran como variables y éstas pueden ser “variables algebraicas” o "incógnitas". Las incógnitas son variables cuyo valor no conocemos a prioridad, y cuyo valor va a ser eventualmente determinado.

El lenguaje algebraico es de gran ayuda para expresar problemas matemáticos que puede enfrentar cualquier persona en su vida cotidiana. Además de simplificar un problema escrito con texto, es útil para resolverlo de manera más rápida.

Actividad. De la siguiente relación de fórmulas identifica las “variables”, las “incógnitas” y las “constantes”

$\vec{F} = m\vec{a}$	$A = \frac{1}{2}bh$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$v = \frac{d}{t}$

$$E = m\vec{c}^2 \qquad h = \frac{1}{2}gt^2$$

Variables	Incógnitas	Constantes

Se presenta a continuación una serie de ejemplos de cálculo sobre el uso de éstas fórmulas.

Calcular el área (A) del rectángulo de largo 10 cm (b = 10) y ancho 6 cm (a = 6)

$$A = bh = (10\text{ cm})(6\text{ cm}) = \mathbf{60\ cm^2}$$

Calcular el volumen (V) de la esfera de radio 10cm (r=10), con π = **3.1416**.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(3.1416)(10cm)^3 = \mathbf{4188.8\ cm^3}$$

Actividad. Obtén el valor de la incógnita en las siguientes expresiones.

Expresión	Si “x” vale	Operaciones	Valor de y
$y = x + 3$	3		
$y = \frac{x}{2} + 5$	8		
$y = \frac{2x}{3}$	9		
$y = 4x^2$	2		

Actividad. Lee el siguiente poema y contesta lo que se pide.

Resolver el misterio de tu vida
involucra conocer la ecuación
que rige tus horas y tus días.
Solo preciso de tus gestos,
de tus acciones y pareceres
para ir poco a poco,
como la araña que teje su red,
develando tu mágica fórmula.
Transponiendo tus besos, tu cuerpo,
la dialéctica de tus "palabras-miradas";
así podré despejar la incógnita
que subyace dentro de tu alma
y que define tu esencia.

Daniel Ruiz Correa

1. ¿A qué se refiere el autor en la frase "despejar la incógnita"?

_____

_____

2. En matemáticas, generalmente ¿cómo se representa a la "incógnita"?

_____

3. ¿Cuáles son las letras que representan a las incógnitas?

_____

4. En una fórmula, ¿cómo obtienes el valor de la incógnita?

_____

_____

5. En la fórmula F= ma, si m es la incógnita, ¿cómo queda la fórmula?

_____

6. En $v = \frac{d}{t}$, si "d" es la incógnita, ¿cómo queda la fórmula despejada?

_____

Para aprender más

Como ya se había comentado anteriormente, el lenguaje algebraico es una representación de las operaciones básicas en las que se utilizan números y letras. Veamos los siguientes ejemplos:

- El doble de un número:

Podemos plantearnos la siguiente pregunta: ¿Por qué 10 es el doble de 5? La respuesta es $(2)(5) = 10$ que entonces es válido plantear que:
$\mathbf{2x}$ Representa el doble de un número.

- El triple de un número:

En relación con lo anterior lo representaremos como: **3x**

- El doble de un número más tres unidades:

Lo podemos representar como: **2x + 3**

- La mitad de un número:

Lo podemos representar como: $\frac{x}{2}$

Ahora analizaremos el proceso a la inversa, es decir, transformaremos una expresión algebraica al lenguaje común:

$$2x + 3$$

Al tener un dos junto a la variable **x**, como aprendiste en el párrafo anterior, nos estamos refiriendo al doble de un número. El término **3y** representa el triple, por lo que en lenguaje coloquial la expresión anterior quedaría definida como: **"El doble de un número más el triple de otro"**

Su expresión verbal seria: **“el triple de la diferencia de dos números”**

$\frac{xyz}{5}$ Su expresión verbal seria: **“la quinta parte del producto de tres números”**

Actividad. Usa la tabla que aparece a continuación para realizar los ejercicios que se te proponen.

Tabla para traducir expresiones algebraicas	
Suma (+)	*Resta (-)*
Palabras: más, sumado, incrementado,	**Palabras:** menos, restado, disminuido,
agregado	diferencia.
Ejemplos: La suma de a y b, b agregado a a,	**Ejemplos:** La diferencia de a y b, b disminuido
a más b	en a.
Escriba : a + b	**Escriba :** a – b
Multiplicación (x o ·)	*División (÷ o /)*
Palabras: veces, producto	**Palabras:** Dividido, entre, cociente
Ejemplos: a veces b, el producto de a y b	**Ejemplos:** El cociente de a y b, a dividido entre
Escriba : a(b), ab, (a)b, a·b	b
	Escriba : a / b o a÷b

Actividad. Expresa los siguientes enunciados en lenguaje algebraico.

Lenguaje común	**Expresión algebraica**
Un número disminuido en 5.	
A 8 se le aumenta un número.	
Tres veces un número aumentado en 2.	
La diferencia de 6 veces un número y 4.	
El triple de la suma de un número más 5.	
a aumentada en el doble de ***b***.	
Dos veces la suma de a y b.	
30 disminuido en tres veces c.	
La diferencia de los cuadrados de dos números.	
La cuarta parte del cubo de un número.	

Actividades. De las expresiones algebraicas siguientes, pásalas a lenguaje común:

$^{a}/_{2}+b=$ _____

3a-h= _____

2x= _____

3(a–b) = _____

2m – 4n = _____

Actividad. Cuatro estudiantes del grupo de 1° A del CECyTE Guanajuato, llamados Ana, Bertha, Carlos y Darío, están organizando la fiesta de bienvenida y decidieron mandar un mensaje personalizado a cada uno de los compañeros de su grupo. Bertha mandó el doble de mensajes que Ana, Carlos dos mensajes más que Ana y Darío la mitad de los que envió Ana más dos mensajes. Se sabe que entre todos mandaron 40 mensajes, ya que el grupo está compuesto por esa cantidad.

a) Expresa el problema en lenguaje algebraico.

b) Cuantos mensajes envió cada uno.

Actividad. Se cuenta con dos redes con la misma cantidad de canicas cada una. Se sabe que en las dos redes más tres canicas sueltas dan un total de 79 canicas. ¿Cuántas canicas hay en cada red?

Actividad. Del problema que se presenta a continuación, completa la siguiente tabla de acuerdo a lo que se solicita y respondan la siguiente pregunta.

"La suma de la edad actual de Mónica y la edad que tenía hace 10 años es de 36 años. ¿Qué edad tendrá Mónica dentro de 5 años?"

En la siguiente tabla propongan edades para Mónica y basados en cada edad propuesta, escriban las operaciones y el resultado, según los encabezados de cada columna de la tabla. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presentes las condiciones del problema y la relación entre las columnas para que esto suceda. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la solución o qué ajustes tienen que hacer a la edad propuesta para encontrarla, inicien con la edad mínima que puede tener Mónica. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Edad actual de Mónica	Edad que tenía Mónica hace 10 años	Suma de las edades	Edad que tendrá Mónica dentro de 5 años
14	14 -10 = 4	14+4 =18	14 + 5 =19

Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la solución ¿Qué edad tiene Mónica actualmente?

_____

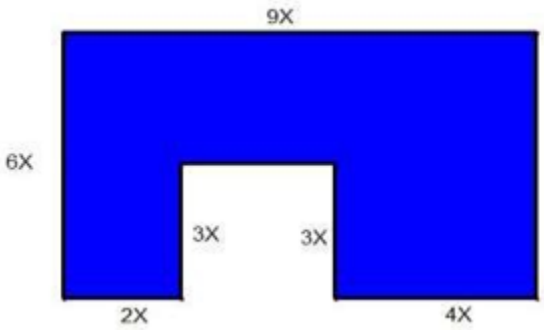
¿Qué edad tendrá dentro de 5 años?

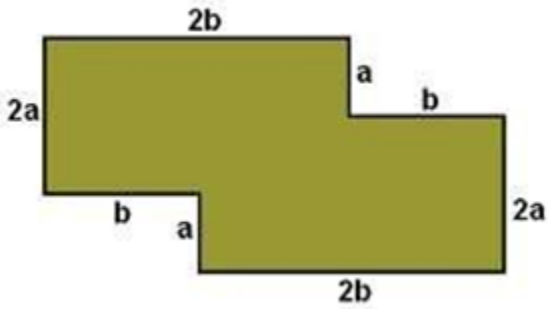
_____

¿Cuál es la edad mínima que puede tener Mónica? Argumenten su respuesta.

_____

Actividad. Determina la expresión algebraica para calcular el perímetro de cada una de las siguientes figuras. **INSTRUCCIONES**





Para aprender más

SUCESIONES Y SERIES NUMÉRICAS PARTICULARES

Una sucesión es un conjunto de números y objetos dispuestos uno a continuación de otro, siempre en orden y cumpliendo ciertas características. Si la sucesión sigue para siempre, es una sucesión infinita la cual se indica con puntos suspensivos (…), si no, es una sucesión finita.

Hay sucesiones que has utilizado en tu vida académica y que puedes nombrar de manera específica en lenguaje común, por ejemplo:

- La sucesión de los números naturales: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- La sucesión de números pares: 2, 4, 6, 8, 10.
- La sucesión de fracciones unitarias: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \ldots$
- La sucesión de números primos: 2, 3, 5, 7, 11.
- La sucesión de los cuadrados de los números naturales: 1, 4, 9, 16, 25, 36.
- La sucesión de números multiplicados por 2, iniciando en 3: 3, 6, 12, 24, 48.
- La sucesión de números cuya diferencia es 3, iniciando en -8: -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10.

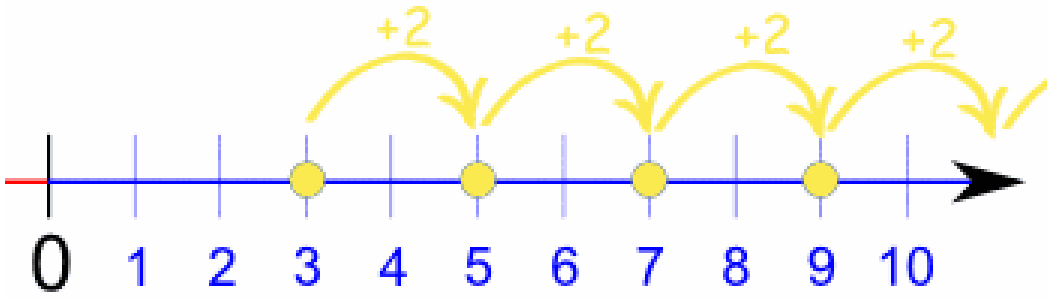
Una sucesión sigue una **regla** que te dice cómo calcular el valor de cada término. A cada objeto o elemento de la sucesión se le llama **término.**

- Notación

Para que sea más fácil escribir las reglas, normalmente lo hacemos así:

Posición del término	
a_n	Es normal usar a_n para los términos: a_n es el término y n es la posición de ese término.
	Así que para hablar del "quinto término" sólo tienes que escribir: a_5

Ejemplo: la sucesión {3, 5, 7, 9, ...} empieza por 3 y salta 2 cada vez:



Recuperado de: http://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/sucesiones-series.html el 27/06/2018

Entonces, ¿cuál sería la regla para {3, 5, 7, 9, ...}?

Primero, vemos que la sucesión sube 2 cada vez, así que podemos adivinar que la regla va a ser "**2 × n**". Vamos a verlo:

Probamos la regla: **2n**

N	Término	Prueba
1	3	2n = 2×1 = 2
2	5	2n = 2×2 = 4
3	7	2n = 2×3 = 6

Esto casi funciona, pero la regla da todo el tiempo valores 1 unidad menos de lo que debería, así que vamos a cambiarla un poco:

Probamos la regla: **2n+1**

N	Término	Regla
1	3	2n+1 = 2×1 + 1 = 3
2	5	2n+1 = 2×2 + 1 = 5
3	7	2n+1 = 2×3 + 1 = 7

Entonces podemos escribir la regla para {3, 5, 7, 9,} en forma de ecuación, así:

$$a_n = 2n+1$$

Ahora, si queremos calcular el 10º término, podemos escribir:

$$a_{10} = 2n+1 = 2\times10+1 = 21$$

Sucesiones o progresiones aritméticas.

El ejemplo que acabamos de usar, {3, 5, 7, 9...}, es una sucesión aritmética (o progresión aritmética), porque la diferencia entre un término y el siguiente es una constante.

Ejemplos:

{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, ...}

Esta sucesión tiene una diferencia de 3 entre cada dos términos.

La regla es $a_n = 3n-2$

{3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, ...}

Esta sucesión tiene una diferencia de 5 entre cada dos términos.

La regla es $a_n = 5n-2$

Sucesiones geométricas.

En una sucesión geométrica cada término se calcula multiplicando el anterior por un número fijo.

Ejemplos:

{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...}

Esta sucesión tiene un factor 2 entre cada dos términos.

La regla es $a_n = 2n$

{3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, ...}

Esta sucesión tiene un factor 3 entre cada dos términos.

La regla es $a_n = 3n$

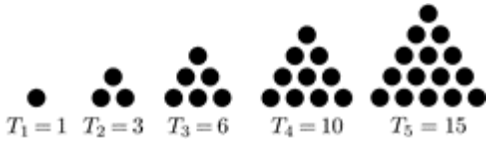
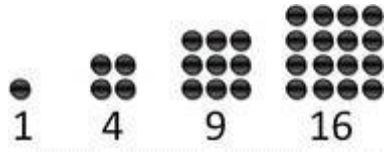
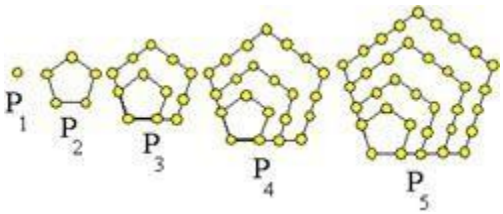
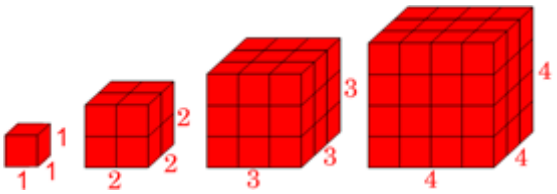
{4, 2, 1, 0.5, 0.25, ...}

Esta sucesión tiene un factor 0.5 (un medio) entre cada dos términos.

La regla es $a_n = 4 \times 2^{-n}$

Sucesiones especiales

Los pitagóricos solían representar los números mediante puntos en un pergamino o piedrecillas en la arena y los clasificaban según las formas poligonales de estas distribuciones de puntos, es decir, asociaban los números a figuras geométricas obtenidas por la disposición regular de puntos, cuya suma determina el número representado. Así obtenían los diversos tipos de números poligonales o figurados:

Números Triangulares	Números Cuadrados
	
Números Pentagonales	**Números Cúbicos**
	

Recuperado de: http://universomatematicomonica.blogspot.com/2017/12/ el 26/06/18

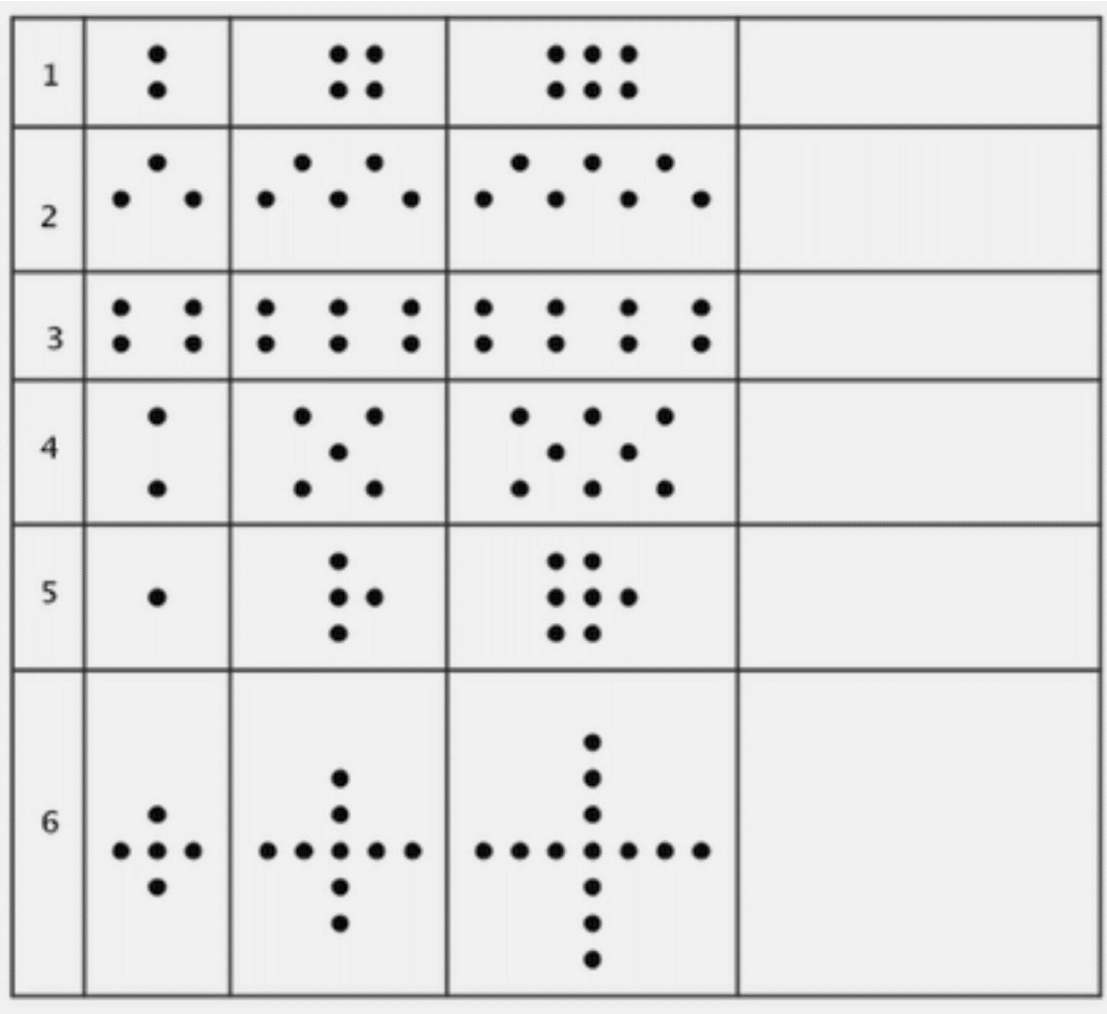
Números de Fibonacci

En matemáticas, la sucesión o serie de Fibonacci hace referencia a la secuencia ordenada de números descrita por Leonardo de Pisa, matemático italiano del siglo XIII:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …

A cada uno de los elementos de la serie se le conoce con el nombre de número de Fibonacci.

Actividad. Completa la sucesión dibujando la figura en la cuarta columna.



Actividad. Completa la tabla que dé el número de puntos de cada modelo de la actividad anterior.

Fila 1: 2, 4, 6,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	2	2n	2(1)= 2
2	4	2n	2(2)= 4
3	6	2n	2(3)= 6
4			

Fila 2: 3, 5, 7,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	3		
2	5		
3	7		
4			

Fila 3: 4, 6, 8,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	4		
2	6		
3	8		
4			

Fila 4: 2, 5, 8,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	2		
2	5		
3	8		
4			

Fila 5: 1, 4, 7,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	1		
2	4		
3	7		
4			

Fila 6: 5, 9, 13,…			
n (posición)	**Término**	**Regla**	**Prueba**
1	5		
2	9		
3	13		
4			

Para aprender más

Series

"Sucesiones" y "series" pueden parecer la misma cosa... pero en realidad una serie es la suma de una sucesión.

Sucesión: {1, 2, 3, 4}

Serie: 1 + 2 + 3 + 4 = 10

Las series se suelen escribir con el símbolo Σ que significa "súmalos todos":

$\sum_{n=1}^{4} n$	**Esto significa "suma de 1 a 4" = 10**
$\sum_{n=1}^{4} (2n+1)$	**Esto significa "suma los cuatro primeros términos de la sucesión 2n+1"** Que son los cuatro primeros términos de nuestro ejemplo {3,5,7,9,...} = 3+5+7+9 = 24

Actividad. Encuentra la suma de los diez términos de las siguientes sucesiones.

a) 2 +	4 +	6 + __	+ __		+ __	+ __	+ __	+ __	+ __	=__
b) 3 +	5 +	7 + __	+ __		+ __	+ __	+ __	+ __	+ __	=__
c) 4 +	6 +	8 + __	+ __		+ __	+ __	+ __	+ __	+ __	=__
d) 2 +	4 +	6 + __	+ __		+ __	+ __	+ __	+ __	+ __	=__
e) 2 +	5 +	8 + __	+ __		+ __	+ __	+ __	+ __	+ __	=__

f) 5 + 9 + 13 +_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____=_____

Gráfica de una progresión aritmética

Analiza la tabulación de la sucesión: 3, 5, 7, 9, 11, 13… y su gráfica.

n (posición)	Término
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13

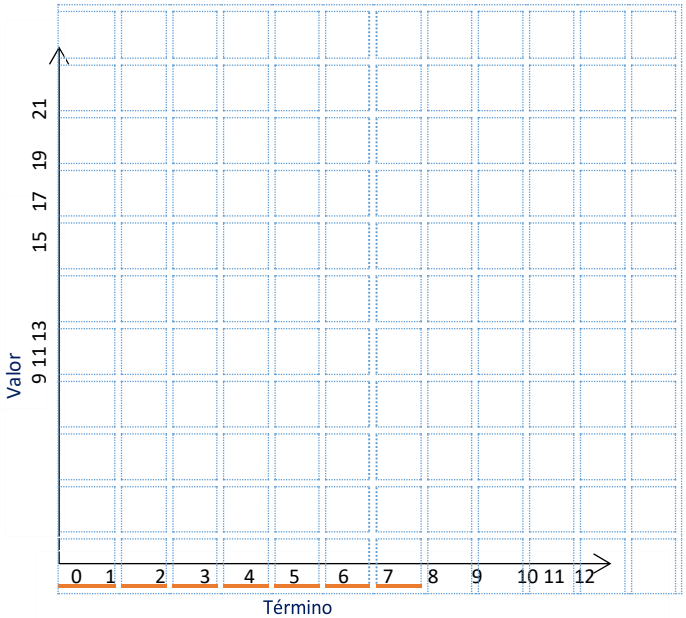


Imagen realizada en Geogebra

Actividad. Encuentra la suma de los diez términos de las siguientes sucesiones.

a) 2 + 4 + 6 +_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____=_____

b) 3 + 5 + 7 +_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____=_____

c) 4 + 6 + 8 +_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____+_____=_____

d) 2 + 4 + 6 +_____+_____+_____+7_____+_____+_____+_____+_____=_____

e) 2 + 5 + 8 +_____+_____+_____+5_____+_____+_____+_____+_____=_____

f) 5 + 9 + 13 +_____+_____+_____+3_____+_____+_____+_____+_____=_____

Ya que los valores de la progresión están separados por un valor constante (k=2) en la gráfica cartesiana se muestra una recta: la función que la representa es una función lineal, con crecimiento constante.

Una progresión es **creciente** si el término siguiente es mayor que su antecesor, como en el ejemplo anterior, y es **decreciente** si en término siguiente es menor que su antecesor, cómo en: 4, 2, 1, 0.5, 0.25, ...

Actividad. Realiza una investigación y contesta las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo son las gráficas de una función decreciente?

_____

_____

b) ¿Cuál es la diferencia entre la gráfica de una sucesión aritmética y una sucesión geométrica?

_____

_____

¿Qué aprendí?

I.-Contesta las siguientes preguntas.

¿Qué es el lenguaje algebraico?

_____

_____

_____

¿Por qué el lenguaje algebraico es un lenguaje simbólico?

_____

_____

_____

¿Qué similitud hay entre el lenguaje coloquial y el lenguaje algebraico?

_____

_____

_____

Realiza una investigación y contesta las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo son las gráficas de una función decreciente?

_____

_____

b) ¿Cuál es la diferencia entre la gráfica de una sucesión aritmética y una sucesión geométrica?_____

_____

II.-Encuentra el valor de las Variables

a) $x + 16 = 41$

b) $9x – 45 + 4x – 16 = 4$

c) $2x – 3 + x – 35 = 2 – 9x – 4$

d) $3 \cdot (x – 2) + 9 = 0$

e) $8x + 7 – 2x + 5 = 4x + 12 – (x – 30)$

f) $x + (x + 2) = 36$

III.- Escribe las relaciones entre los datos y los valores desconocidos en estos problemas:

a. La séptima parte de un número sumada a sus dos terceras partes da 51.

b. Tres niños deciden hacer un regalo por valor de 1 275 pesetas. Se sabe que la más grande paga la cuarta parte de lo que paga el mediano y que éste paga 60 pesetas menos que el menor.

c. Descompón el número 16 en dos partes cuyo producto sea 60.

d. La edad de un padre es triple que la de su hijo y hace 6 años era sólo el doble.

e. Suma un mismo número al numerador y denominador de dos tercios para que resulte cinco sextos.

f. Si quitas 60 unidades al cuadrado de un número resulta lo mismo que si le quitas 4 unidades a dicho número.

g. Se reparten 1 400 pesetas entre tres niños. El mayor recibe 200 pesetas más que el mediano y éste 150 más que el menor.

IV Contesta las siguientes preguntas.

¿Qué es una variable?

_____
_____
_____
_____

¿Qué es un número triangular y se puede expresar algebraicamente?

_____
_____
_____
_____

¿Qué es una sucesión?

_____
_____
_____
_____

Resuelve las siguientes sucesiones

A. Escribe la regla de formación de la siguiente sucesión:

a) 9, 11, 14, 18, …

b) 7, -21, 63, -189, ...

c) -8, 34, -134, 538, …

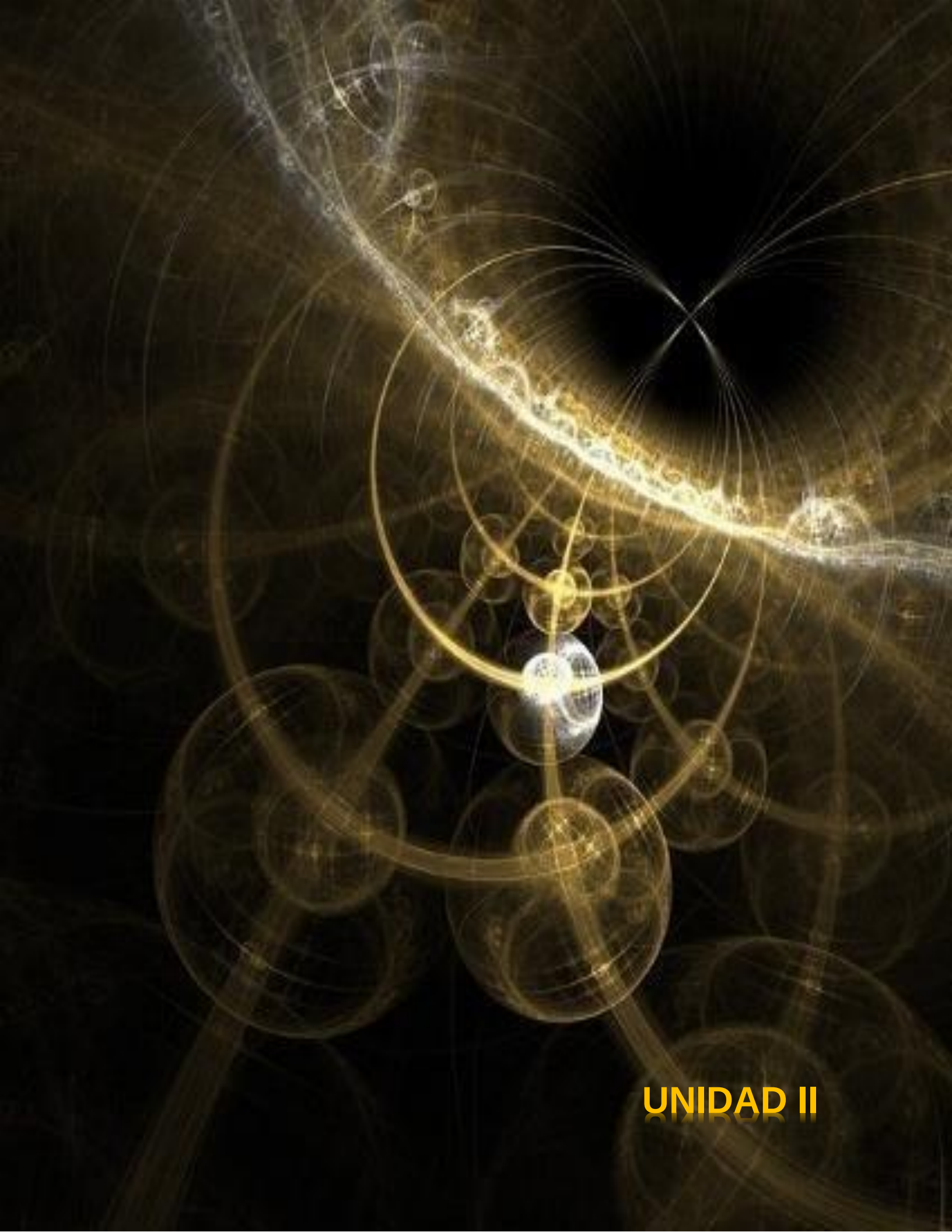
d) -729, -243, -81, -27, …

B. Escribe los 5 primeros términos de una sucesión si el primer término es -4, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior más 4.

C. Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es -9, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 2 más 4.

D. Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es -6, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 5 más 4.

E. Escribe los 4 primeros términos de una sucesión si el primer término es 9, y la regla de formación es: Cada término es igual al anterior por 4.



UNIDAD II

SEGUNDO PARCIAL

Al término de la UNIDAD*:* "Variación lineal como introducción a la relación funcional*"*, demostrarás tus competencias en matemáticas para:

1. Usar estrategias variaciones (comparar, seriar, estimar) para diferenciar comportamientos lineales y no lineales.
2. Caracterizar los fenómenos de variación constante.
3. Representar gráficamente fenómenos de variación constante.
4. Explicar el algoritmo de la regla de tres con más de un argumento.
5. Construir unidades de medida a partir de establecer una relación específica entre magnitudes.

¿Cuáles contenidos específicos aprenderás en esta unidad?

1. Sucesiones y series numéricas particulares (números triangulares y números cuadrados, sucesiones aritméticas y geométricas), representadas mediante dibujos, tablas y puntos en el plano. Con base en comportamientos numérico, ¿qué cambia, ¿cómo y cuánto cambia?
2. Representaciones discretas de gráficas contiguas: ¿qué caracteriza a una relación de comportamiento lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación lineal?, ¿cómo se relacionan las variables en una relación no lineal?, ¿cómo se diferencian?
3. Sobre el uso de tasas, razones, proporciones y variación proporcional directa como caso particular de la función lineal entre dos variables: ¿qué magnitudes se relacionan?, ¿cómo es el comportamiento de dicha relación?
4. La proporcionalidad y sus propiedades numéricas, geométricas y su representación algebraica. ¿qué es lo que se mantiene constante en una relación proporcional?

Para alcanzar lo anterior durante la unidad desarrollarás los siguientes aprendizajes:

- Reconocer patrones de comportamiento entre magnitudes.
- Formular de manera coloquial escrita (retórica), numérica y gráficamente patrones de comportamiento.
- Expresar mediante símbolos fenómenos de su vida cotidiana.

- Reconocer fenómenos con comportamiento lineal o no lineal.
- Diferenciar los cocientes y/x y $\Delta y/\ \Delta x$ como tipos de relaciones constantes entre magnitudes.
- Representar gráficamente fenómenos de variación constante en dominios discretos
- Expresar, de forma coloquial y escrita, fenómenos de proporcionalidad directa de su vida cotidiana con base en prácticas como: comparar, equivaler, medir, construir unidades de medida, entre otras.
- Caracterizar una relación proporcional directa.
- Resignificar en contexto al algoritmo de la regla de tres simples.
- Expresa, de manera simbólica, fenómenos de naturaleza proporcional en el marco de su vida cotidiana.

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

SEGUNDO PARCIAL. RAZONES, PROPORCIONES Y VARIABLES.

Eje	Componentes	Contenidos centrales	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica	• Variación lineal como introducción a la relación funcional. • Variación proporcional. • Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático).	• Sobre el uso de tasas, razones, proporciones y variación proporcional directa como caso particular de la función lineal entre dos variables: ¿qué magnitudes se relacionan?, ¿cómo es el comportamiento de dicha relación? • La proporcionalidad y sus propiedades numéricas, geométricas y su representación algebraica. Se sugiere tratar con situaciones cotidianas antropométricas y de mezclas (colores y sabores): ¿qué es lo que se mantiene constante en una relación proporcional?	• Expresa, de forma coloquial y escrita, fenómenos de proporcionalidad directa de su vida cotidiana con base en prácticas como: comparar, equivaler, medir, construir unidades de medida, entre otras. • Caracteriza una relación proporcional directa. • Resignifica en contexto al algoritmo de la regla de tres simple. • Expresa, de manera simbólica, fenómenos de naturaleza proporcional en el marco de su vida cotidiana.	• Explicar el algoritmo de la regla de tres con más de un argumento. • Construir unidades de medida a partir de establecer una relación específica entre magnitudes.

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Rescatando mis aprendizajes

Instrucciones: Lee cuidadosamente los siguientes enunciados, reflexiona lo necesario en las ideas que contienen y realiza lo que se te pide en tu cuaderno.

I. Hay cosas en la vida que suceden siguiendo un orden. Se dice que se suceden sucesivamente. Menciona algún ejemplo de esto.

II. Esas cosas son las sucesiones. Por ejemplo: enero, febrero, marzo, ¿cuál es el término que sigue en esta sucesión?

III. En tus cursos previos a este, aprendiste el concepto de número primo.

IV. Recuérdalo y completa la sucesión de los primeros seis números primos (te damos el primero): 2,_____,_____,_____,_____,_____.

V. Ahora razona en la siguiente sucesión de números:

7, 10, 13, 16…

Observa que se han realizado tres sumas sucesivas y muy elementales, a partir del número 7, para obtener los cuatro primeros términos. El cuarto de esos términos es el número 16.

¿Qué te sugieren los puntos suspensivos que hay después del cuarto término?

Entonces ¿Cuál es el término número mil en esta sucesión?

VI. Escribe los primeros cuatro términos de una sucesión de números que se genera así: el primer término es el 22 y cada uno de los que siguen se obtiene sumando 7 al anterior.

VII. Ahora obtén el vigésimo término de la sucesión siguiente:

3, 6, 12, 24…

Explica: ¿Cómo se genera esta sucesión?

_____

_____

En la esencia misma de los pensamientos lógicos, el ser humano suele buscar patrones. Los patrones son las formas en que se relacionan los objetos que conocemos, ya sean del mundo físico o del mental. Las sucesiones ayudan en esa búsqueda de patrones y son el objeto matemático que vas a adquirir en este bloque.

Para aprender más

RAZONES, PROPORCIONES Y VARIACIONES.

Tal vez conoces personas que trabajan mañana, tarde y noche, y es que entre más trabajan más ganan, aunque muchas veces eso es relativo y discutible; pero lo que sí es cierto es que, entre más ganas, más gastas. ¿Puedes considerar que existe una proporcionalidad directa entre el dinero y el consumo?

Pero ¿qué pasa con la comida en la casa? Si son tres miembros en la familia, un kilo de tortillas puede durar dos días; pero si son cinco, se terminan el mismo día.

¿Qué puedes decir de esta relación?

En la vida diaria, en la escuela, en la sociedad, en la ciencia puedes encontrar infinidad de relaciones directas e inversas si observas con atención. En este contenido vas a descubrir las proporcionalidades, sus representaciones e interpretaciones que te resultarán muy interesantes.

Una misma situación de proporcionalidad puede tener distintas representaciones: gráfica, tabular o algebraica. Si las magnitudes involucradas aumentan o disminuyen al mismo tiempo de forma proporcional, entonces existe una **relación de proporcionalidad directa.**

Las funciones de proporcionalidad directa también se llaman **funciones lineales.**

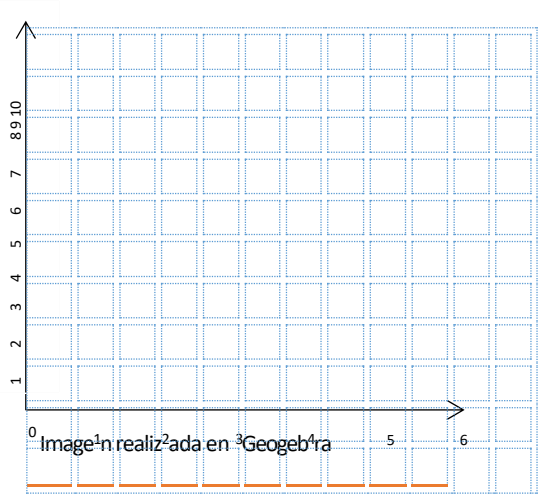
La gráfica de una relación de proporcionalidad directa se representa mediante una recta que pasa por el origen de plano cartesiano, es decir, por el punto (0,0). La representación algebraica de las relaciones de proporcionalidad tiene la forma:

$$y = kx.$$

Donde k es llamada constante de proporcionalidad y se obtiene al dividir $\frac{y}{x}$ En este caso se dice que las variables son **directamente proporcionales**.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de esto. “Una compañía tarda dos horas en fabricar una escalera”.

$y = 2x$		
x	y	Cocientes de $\frac{y}{x}$
1	2	$\frac{2}{1} = 2$
2	4	$\frac{4}{2} = 2$
3	6	$\frac{6}{3} = 2$
4	8	$\frac{8}{4} = 2$
5	10	$\frac{10}{5} = 2$



Cuando vas tarde a la escuela, a la iglesia o a cualquier compromiso, lo que haces es aumentar la velocidad para llegar en menor tiempo.

¿Cómo es la relación velocidad- tiempo, directa o inversa?

Como se acaba de ver, hay relaciones en las que cuanto más crece una de las magnitudes más crece la otra. Pero cuando una magnitud crece y la otra disminuye proporcionalmente, se le llama **proporcionalidad inversa**.

Entonces, la respuesta a la pregunta anterior es una proporcionalidad inversa porque cuando aumentaste la velocidad, disminuyó el tiempo del recorrido.

Ya puedes darte cuenta que, la proporcionalidad inversa entre dos variables se da cuando al aumentar una, disminuye la otra y viceversa; pero también ocurre que, si una de las variables o magnitudes se duplica, la otra se reduce a la mitad; si se triplica, la otra se reduce a la tercera parte y así sucesivamente.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número. Es decir: $y \cdot x = k$. En este caso se dice que las variables x y y son inversamente proporcionales.

Revisa el siguiente ejemplo para que te quede más claro. Si tres hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para hacer el mismo trabajo?

hombres	días	producto de $y \cdot x$
3	24	$(24)(3) = 72$
6	12	$(12)(6) = 72$
9	8	$(8)(9) = 72$
12	6	$(6)(12) = 72$
15	4.8	$(4.8)(15) = 72$
18	4	$(4)(18) = 72$

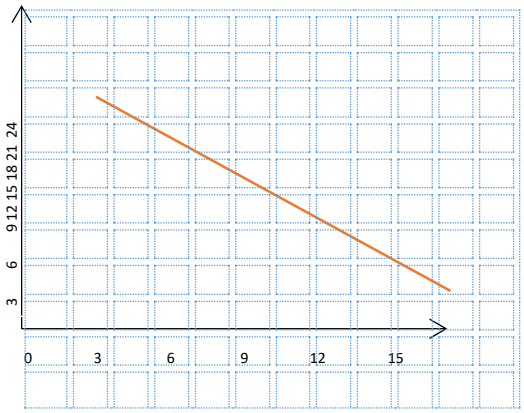


Figura 2

Imagen realizada en Geogebra

Actividad. Reúnete con dos compañeros, analicen las situaciones y respondan las preguntas que se plantean.

Escribe el tipo de variación de acuerdo con los modelos matemáticos que se dan y luego elabora las gráficas correspondientes.

Rectángulos con área igual a 12 cm^2. Es decir, ***bh =12***

Tipo de variación: _____

Construye la tabla de valores de b y h.

Base (cm)	½	1	2	3	4	12
Altura (cm)						

Actividad. Representa en un plano cartesiano las parejas de valores obtenidos y únelos.

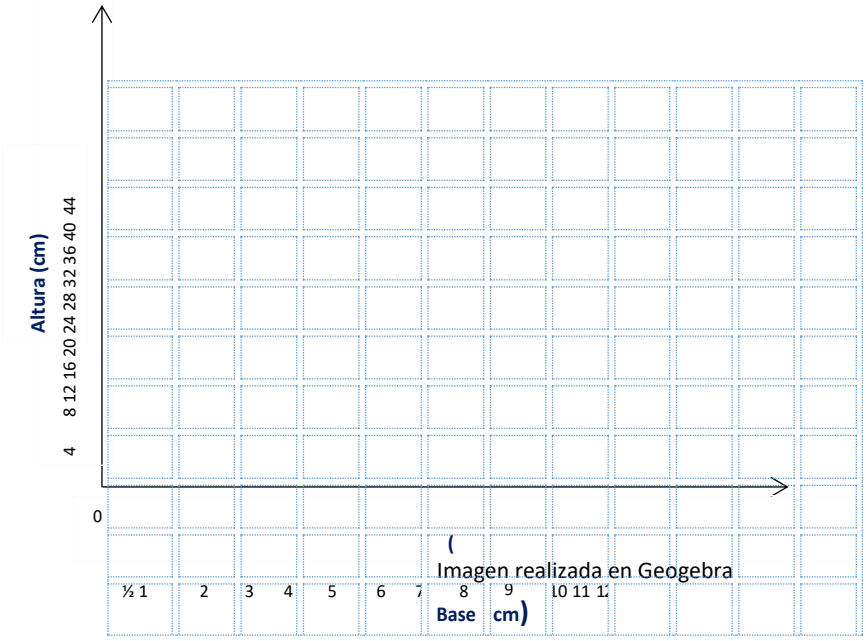


Imagen realizada en Geogebra

Distancia recorrida a una velocidad de 5 km/h. Lo que es lo mismo que: ***d = 5t***

Tipo de variación: _____

Construye la tabla de valores de d y t.

Tiempo (h)	0	1	2	3	5	10
Distancia (km)						

Representa en un plano cartesiano las parejas de valores obtenidos y únelos.

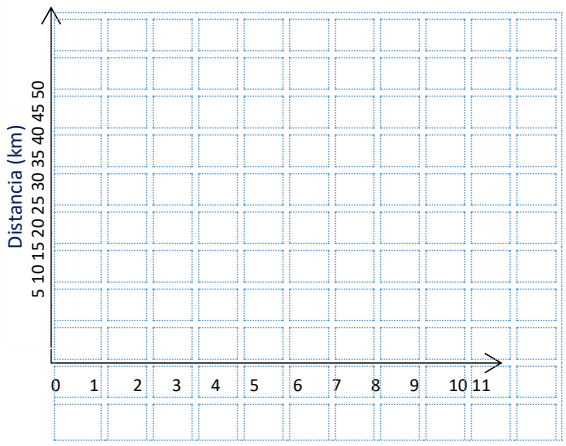


Imagen realizada en Geogebra

Considera todos los triángulos de altura igual a 10cm.

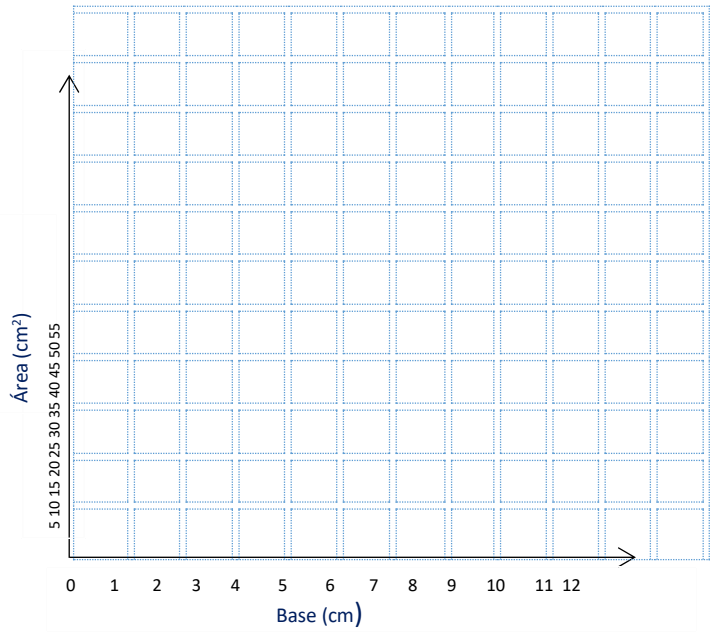
$$A = \frac{bh}{2}$$

Tipo de variación: _____

Construye la tabla de valores de b y Área.

Base (cm)	1	2	3	4	8	11
Área (cm^2)						

Representa en un plano cartesiano las parejas de valores obtenidos y únelos.



Fuente: Elaboración propia, Imagen realizada en Geogebra

Considera todos los triángulos con área igual a 15 cm^2. $\frac{bh}{2} = 15$

Tipo de variación: _____

Construye la tabla de valores de b y Área.

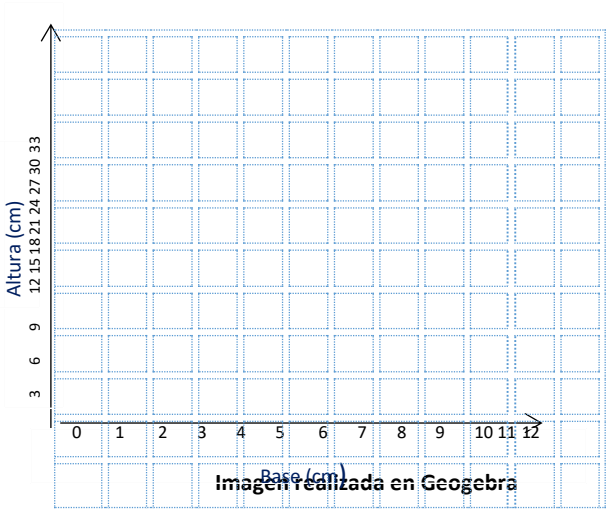


Imagen realizada en Geogebra

Base (cm)	1	2	3	5	6	10
Altura (cm)						

Representa en un plano cartesiano las parejas de valores obtenidos y únelos. ¿Qué tipo de gráfica obtuviste? _____

Calcula la tabla de valores y haz las gráficas correspondientes.

$y = \frac{4}{x}$	
x	y
¼	
½	
1	
2	
3	

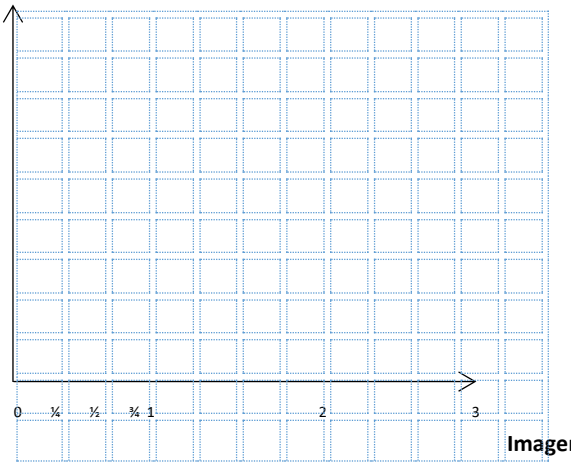


Imagen realizada en Geogebra

$y = 4x$	
x	y
1	
2	
3	
4	
5	

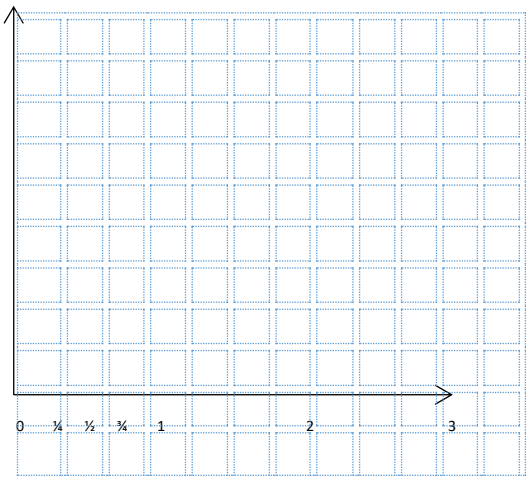


Imagen realizada en Geogebra

¿Qué observas?

_____

Actividad.

Un socio de un video club de arte para mensualmente $300 y $20 por cada película que alquila.

¿Cuál es el modelo matemático para calcular el gasto mensual de ese socio?

_____

¿Cuánto ha gastado el socio durante un año si alquila en total 100 películas?

_____

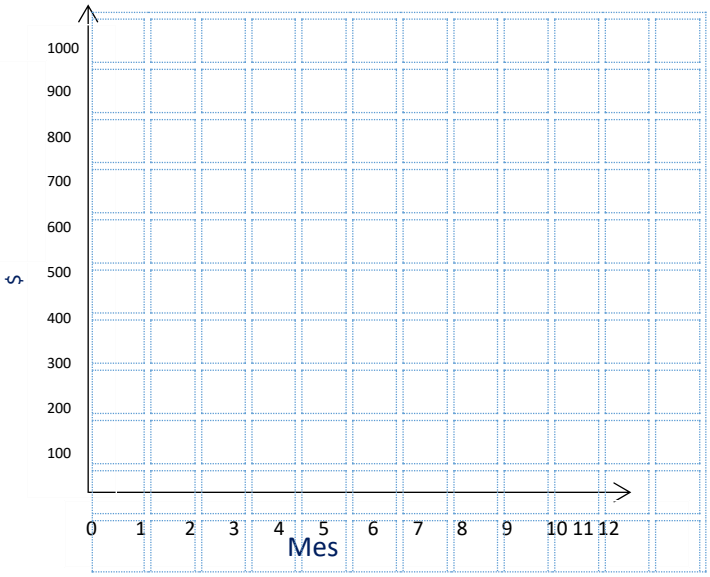


Imagen realizada en Geogebra

Haz la gráfica de lo gastado en un año, sin considerar los $20 más por película que alquila.

Actividad. Investiga.

1) ¿Cuáles son las funciones lineales?
2) ¿Qué relación hay entre la proporcionalidad directa y las funciones lineales?
3) Menciona tres ejemplos de situaciones en las que intervengan funciones lineales.
4) En la función de ecuación $y = mx + b$,
   ¿Qué nombre reciben los números m y b?
   ¿Cómo se interpretan geométricamente?
5) La ecuación general de una función de proporcionalidad inversa es:

   _____

6) Da tres ejemplos de la vida real donde aparezca la proporcionalidad inversa.

La gráfica de la derecha representa la proporción de alcohol en una mezcla de agua.

¿Qué cantidad de alcohol hay en un litro de la mezcla? _____

¿Y en dos litros? _____

¿Y en 7 litros? _____

¿Cuál es la representación algebraica que relaciona es estas dos cantidades?

_____

Actividad. Con el ejemplo anterior se ilustra el ejemplo de función. Desde el punto de vista introductorio una función es una relación de dependencia entre dos variables, de manera que al dar un valor a una de ellas queda determinado el valor de la otra. Se expresa de la forma f(x).

Para aprender más

En este caso se ha encontrado una relación entre las dos variables (cantidad de mezcla y cantidad de alcohol) mediante la expresión algebraica: $y = \frac{1}{3}x$

La tabla de valores que representa a la expresión anterior y su gráfica es:

$y = \frac{1}{3}x$	
x	y
1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$
3	1
4	$\frac{4}{3}$
5	$\frac{5}{3}$

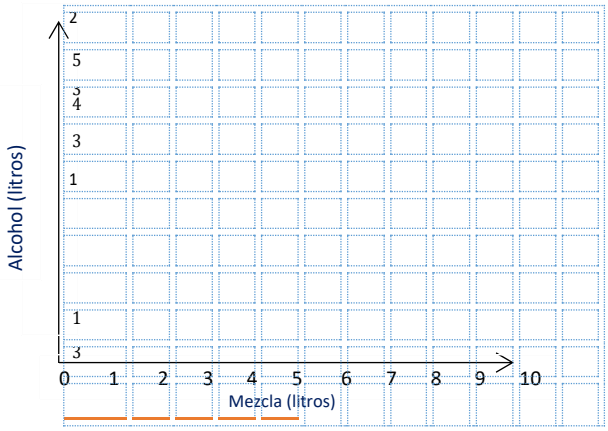


Imagen realizada en Geogebra

Observa que:

- La cantidad de mezcla es la *variable independiente* (eje de las x o de las ordenadas).
- La cantidad de alcohol es la *variable dependiente* (eje de las y o de las abscisas).
- Al conjunto de valores que toma la variable independiente se le denomina *dominio de la función*.
- Al conjunto de valores que toma la variable dependiente se llama *rango de la función*.
- En general, una función es lineal si tiene la forma $f(x) = mx + b$ ó $y = mx + b$, dónde m y b son constantes; m es la pendiente de la recta (también llamada razón de cambio) y b es un punto donde la recta intersecta el eje de las y.
- Cuando el valor de b es 0, se trata de una función cuya gráfica corresponde a una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y si b ≠ 0, se trata de una línea recta desplazada b unidades sobre el eje de las y arriba o abajo del eje de las x, en dependencia de si el valor de b es positivo o negativo.

La tasa o razón de cambio es una forma de relacionar la variación entre dos variables donde una es dependiente de la otra. De este modo, si la variable y cambia su valor desde y_1 hasta y_2 cuando varía el valor de la variable x desde x_1 hasta x_2, entonces la tasa de cambio de y con respecto a x está dada por la expresión:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La diferencia $y_2 - y_1$ puede ser positiva o negativa, lo que implica que, y creció o decreció, respectivamente. Lo mismo puede decirse de la variable x. Una forma de expresar el incremento o decremento de una variable es mediante la notación:

Δy que se lee “delta de y”

De este modo, podemos decir que $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$ y que $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y^2 - y_1}{x_2 - x_1}$ es la tasa de cambio promedio de y con respecto a x.

Algunos ejemplos de tasas son: la tasa de natalidad, que es la relación de los nacidos vivos al número de habitantes durante un año; tasas de interés que la inversión realiza durante un plazo.

Determinado, etcétera. Si una de las variables es el tiempo, la tasa se denomina tasa de cambio; por ejemplo, la velocidad de un automóvil, que es la tasa distancia recorrida al tiempo invertido en el recorrido, o el cambio en el nivel de agua al llenar una alberca. En problemas específicos se usan la tasa de fecundidad, tasa de mortalidad, tasa de inmigración, tasa de divorcio, tasa de crecimiento, etcétera. Como se ya se había comentado la pendiente también es llamada razón de cambio por lo que podemos relacionar todo lo anterior de la siguiente forma:

$$\vec{m} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo: La siguiente gráfica muestra la variación del precio, en pesos, de un artículo durante varios años.

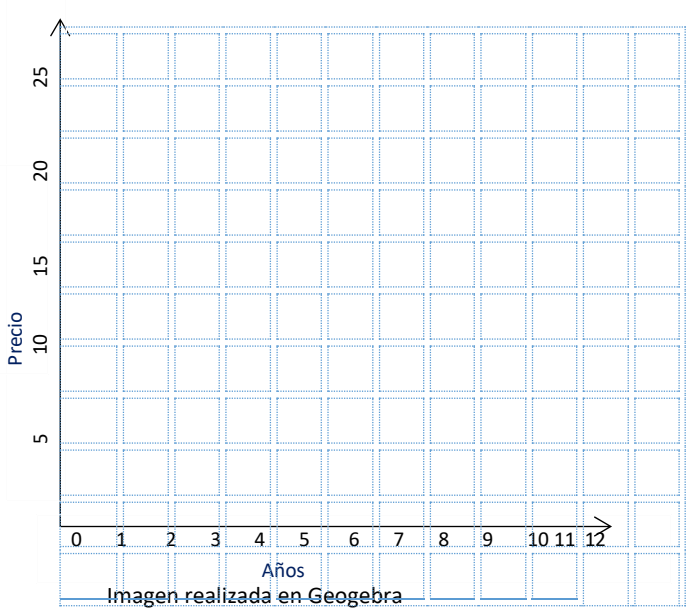


Imagen realizada en Geogebra

Determina:

a) El precio del artículo en el segundo año del estudio.

b) El precio del artículo en el octavo año.

c) El cambio del precio desde el año 2 hasta el año 8.

d) La tasa promedio del precio para los años 2 a 8.

Solución:

a) La gráfica muestra que en el año $x_1 = 2$, el precio es $y_1 = 5$.

b) Para $x_2 = 8$, el precio es $y_2 = 14$ pesos.

c) El cambio de precio está dado por $\Delta y = y_2 - y_1 = 14 - 5 = 9$.

Dado que este valor es positivo, el precio se incrementó 9 pesos durante $\Delta x = x_2 - x_1 = 8 - 2 = 6$ Años.

d) La tasa promedio del precio con respecto al tiempo representa la cantidad de pesos que éste cambia por año, es decir:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9\ pesos}{5\ años} = 1.5\ pesos/año$$

Para aprender

RESIGNIFICA EN CONTEXTO AL ALGORITMO DE LA REGLA DE TRES SIMPLES.

En primer lugar, vamos a ver cuál es la diferencia entre la regla de tres simple directa e inversa:

Regla de tres simples directas:

- Cuando una de las cantidades aumenta, las otras aumentan en la misma proporción.

Regla de tres simples inversas:

- Al aumentar una cantidad, la otra disminuye en la misma proporción.

Regla de tres simples directas

La regla de tres simples directas se utiliza cuando el problema trata de dos magnitudes directamente proporcionales. Podemos decir que dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida respectivamente por el mismo número.

Para resolver una regla de tres simples directas debemos seguir la siguiente fórmula:

$$\left.\begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ C \longrightarrow x \end{array}\right\} \quad x = \frac{B \cdot C}{A}$$

La regla de tres simples inversas se utiliza cuando el problema trata de dos magnitudes inversamente proporcionales. Podemos decir que dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar una de ellas por un número, la otra se divide por el mismo, y viceversa.

Para resolver una regla de tres simples inversas debemos seguir la siguiente fórmula:

$$\left.\begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ C \longrightarrow x \end{array}\right\} \quad x = \frac{A \cdot B}{C}$$

Actividad. El docente explicará o proyectará un video de la proporcionalidad directa e inversa, sus aplicaciones y cómo identificarlos. También aprenderás la regla de 3 directa e inversa. Después resuelve los ejercicios que siguen.

La proporcionalidad es la relación que hay entre dos variables y sus aumentos o decrementos.

Proporcionalidad directa: cuando uno aumenta el otro también. **Ejemplo: a medida que pasa el tiempo en un auto en movimiento aumenta la distancia recorrida**	**Proporcionalidad inversa: cuando uno aumenta el otro disminuye.** **Ejemplo: a medida que crece el número de invitados a una fiesta disminuye el tamaño de la rebanada de pastel que les toca.**
Regla de 3 directa	Regla de 3 inversa
La imagen del rostro de una persona en una fotografía mide 2 cm de altura por 1 cm de anchura. Si el rostro de la persona real tiene 12 cm de altura, ¿cuál es su anchura? Primero se establecen las variables y categorías a considerar	Para realizar una obra se emplearon 12 obreros y se requirió un tiempo de 3 meses. ¿En cuántos meses se realizaría la misma obra si se emplearan 36 obreros? Primero se establecen categorías a considerar Las variables y r
Ancho / **Largo** /	Obreros / Meses
X / **12 cm** / **REAL**	
1cm / 2cm / FOTO	12 3 36 X

Notarás que no mezclamos los datos entre sí, sino que respetamos que son y a que categoría pertenecen. Puedes grabarte esto con la siguiente frase:

“Frijoles con frijoles y tortillas con tortillas. Y no

los mezcles que no son enfrijoladas.”

Ahora usaremos un canción de cuna que dice: “Brinca la tablita que yo ya la brinqué, bríncala de nuevo yo ya me cansé”

ANCHO	LARGO	÷
X	12 cm	REAL
*		
1 cm	2 cm	FOTO

Observarás que el primer brinco lo hacemos

cruzando y multiplicando, luego dividimos entre

número que queda.

Por lo tanto la operación queda así

$$X = \frac{1 * 12}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Este resultado indica que la cara de la persona

mide 6 cms. Por lo que deducimos que es de un

bebé.

OBREROS	MESES
12	3
36	x

Ahora verás que la dirección de las operaciones se movió un poco, es decir que cuando cruzamos ahora lo hacemos multiplicando con el número de al lado y luego

dividimos entre el número que queda.

Por lo tanto la operación queda así

$$X = \frac{3 * 12}{36} = \frac{36}{36} = 1$$

Este resultado indica que si los trabajadores

no se hacen mensos y le apuran en teoría el

deberían terminar en 1 mes si se contratan el triple de trabajadores.

Ejercitando mi habilidad

En binas resuelve con tu compañero las situaciones siguientes:

En el año 2000, una ciudad aumentaba su población con una tasa de 1500 habitantes por año. Si en el año 2005, su población era de 60 mil habitantes, ¿qué población había en el año 2000?

En un restaurante hay 12 mesas para no fumadores y 4 mesas para fumadores. ¿Cuántas mesas para fumadores deben colocarse en una sucursal de dicho restaurante, en el que se colocaron 42 mesas para no fumadores, si se desea que las cantidades sean proporcionales?

Para alimentar 8 perros se necesitan 74 kg de alimento. ¿Cuántos kilogramos de alimento se necesitan para alimentar a 15 perros?

Belén ha recorrido 12 km caminando en 1.5 horas. ¿Cuántas horas tendría que caminar para recorrer 25 km si anda a la misma velocidad?

Si 12 albañiles construyen una obra en 5 días, ¿Cuántos días la realizarán 20 albañiles?

Para aprender

Ejemplos de ejercicios propuestos en clase regla de tres simples directas.

a) Juan tiene que comprar pintura blanca para darle una mano previa a una habitación que quiere cambiar de color. Si en el bote de pintura se indica que con 1 litro de pintura se pueden pintar 8 m2 ¿cuántos litros necesita teóricamente para pintar las paredes de la habitación si ésta tiene 40 m2 de pared?

X= 40 x 1 / 8 = 5 litros de pintura necesarios para pintar la habitación.

b) Julián le ha regalado a diana doce rosas y le han costado $10. ¿Cuántas rosas hubiera podido comprar con $15?

X= 12 * 1 / 10 = $1.2 le costó cada rosa multiplicado por 15 pesos compra 18 rosas.

c) Para hacer una pizza para 8 personas Orlando utilizo 400 gramos de queso, ¿Cuántos necesitaría para 6 personas?

X= 400 x 1 / 8 = 50 gramos se utilizan por persona para 6 personas se utiliza 300 gramos de harina.

Ejercicios propuestos en clase regla de tres simples inversas.

a) 3 pintores tardan 12 días en pintar una casa. ¿Cuánto tardarán 9 pintores en hacer el mismo trabajo?

X= 3 X 12 / 9 = 4 días tardan en pintar la casa 9 pintores.

b) En un hotel, durante el invierno, hay 3 jardineros. Entre todos, riegan y cuidan todos los jardines del hotel en 6 horas. Si durante el verano hay 3 jardineros más, ¿en cuánto tiempo regarán y cuidarán los jardines del hotel entre todos?

X= 3 * 6 / 6 = 3 tardan 3 horas en los cuidados del hotel con el doble de jardineros.

c) Entre algunos de los compañeros de un equipo de fútbol, van a hacer un regalo al entrenador. Al principio, nos juntamos 4 compañeros y cada uno íbamos a pagar $10, pero al final seremos 8 los compañeros que pondremos dinero para el regalo. ¿Cuánto dinero tendremos que poner cada uno?

X=4 x 10 / 8 = $5 cada compañero pondrá 5 pesos para el regalo del entrenador

¿Qué aprendí?

I. Responde V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Justifica las respuestas falsas.

a) El valor K de la razón, 3:5 es 0,6.
b) La grafica de la proporcionalidad directa es una recta.
c) Una fracción es igual que una razón.
d) Los términos de la fracción son números enteros y en la razón pueden ser decimales.
e) Una proporción es una igualdad de dos razones.
f) La hipérbole es una curva que grafica la proporcionalidad inversa.
g) Una razón sólo se puede expresar como fracción, como división y como par ordenado.
h) Una fracción es igual que una razón.

II. Selecciona las respuestas correctas

1. Tres pintores pintan una casa en 15 días. ¿Cuántos pintores harán el mismo trabajo en 9 días?

a) 5 b) 2 c) 6 d) 8

2. Un ciclista recorre 35 Km. En una hora, a la misma velocidad. ¿En cuántas horas recorrerá 175 Km.?

a) 92 hrs. b) 5 hr. c) 2 hr. d) 7 hr.

2. Seis trabajadores construyen un camino en 30 días. ¿cuántos días se demoran 18 trabajadores en hacer el mismo camino?

a) 10 días b) 90 días c) 108 días d) 3 días

3. En un criadero de aves, una tonelada de alimento dura 10 días con una ración diaria de 180 gr. Sí la ración diaria fuera de 120 gr. ¿para cuántos días duraría este alimento?

a) 18 días b) 15 días c) 6 días d) 7 días

UNIDAD III

TERCER PARCIAL

Al término de la UNIDAD: “El trabajo simbólico. Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales”, demostrarás tus competencias en matemáticas para:

- Interpretar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, analítica y gráficamente.
- Expresar las soluciones de ecuaciones cuadráticas

¿Cuáles contenidos específicos aprenderás en esta unidad?

1. Operaciones con polinomios y factorizaciones básicas de trinomios (productos notables). Se sugiere apoyarse de los modelos geométricos materiales y simbólicos) para el cuadrado del binomio.
2. Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
3. Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, en estrecha conexión con la función lineal: ¿qué caracteriza al punto de intersección?, ¿siempre existe solución?
4. Ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática. Interpretación geométrica y algebraica de las raíces. Tratamiento transversal con el tiro parabólico y los máximos y mínimos de una función cuadrática. ¿Cómo se interpreta la solución de una ecuación lineal y las soluciones de una ecuación cuadrática?

Para alcanzar lo anterior durante la unidad desarrollarás los siguientes aprendizajes:

- Simboliza y generalizan fenómenos lineales y fenómenos cuadráticos mediante el empleo de variables.
- Opera y factorizan polinomios de grado pequeño.
- Significa, gráfica y algebraicamente, las soluciones de una ecuación.
- Interpreta la solución de un sistema de ecuaciones lineales

TERCER PARCIAL. OPERACIONES ALGEBRÁICAS

Eje	Componentes	Contenidos centrales	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Productos esperados
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: elementos del Álgebra básica	• El trabajo simbólico. • Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales	• Operaciones con polinomios y factorizaciones básicas de trinomios (productos notables). Se sugiere apoyarse de los modelos geométricos materiales y simbólicos) para el cuadrado del binomio. • Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución? • Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, en estrecha conexión con la función lineal: ¿qué caracteriza al punto de intersección?, ¿siempre existe solución? • Ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática. Interpretación geométrica y algebraica de las raíces. Tratamiento transversal con el tiro parabólico y los máximos y mínimos de una función cuadrática. ¿Cómo se interpreta la solución de una ecuación lineal y las soluciones de una ecuación cuadrática?	• Simboliza y generalizan fenómenos lineales y fenómenos cuadráticos mediante el empleo de variables. • Opera y factorizan polinomios de grado pequeño. • Significa, gráfica y algebraicamente, las soluciones de una ecuación. • Interpreta la solución de un sistema de ecuaciones lineales.	• Interpretar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, analítica y gráficamente. • Expresar las soluciones de ecuaciones cuadráticas.

Rescatando mis aprendizajes

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA.

a) Escribe un polinomio con una variable:

_____

b) ¿Qué es un producto notable?

_____

Realiza las siguientes operaciones con polinomios, simplificando a su mínima expresión:

a) $(2x - 8) - (8x^2 - 6x + 18) =$ _____

b) $3(2x^2 - 4x + 1) + 2(x^2 - 2x - 5) =$ _____

Desarrolla las siguientes operaciones con polinomios.

a) $(x - 3)^2 =$ _____

b) $(x^2 + 2x)^2 =$ _____

c) $(x - 4)(x + 4) =$ _____

Realiza las factorizaciones de los siguientes polinomios.

a) $x^2 + 2x + 1 =$ _____

b) $x^4 - 16 =$ _____

Actividad. En esta actividad aplicarás conocimientos previos, como determinar áreas y volúmenes de polígonos regulares.

En una parcela rectangular para el cultivo de hortalizas, se diseñó un sistema de riego como se muestra en la figura 4.1. Los lados de uno de los cuadrados más pequeños tienen una longitud de 1 kilómetro. Determinar el área de la parcela.

a) ¿De cuántos cuadrados consta la cuadricula de riego?

b) ¿Cómo obtienes el área de la parcela?

c) ¿Qué similitud hay entre el inciso a y el inciso b?

d) ¿Puedes deducir una expresión, a manera de fórmula, que permita obtener el área de la parcela?

e) ¿La fórmula se puede aplicar para cualquier tipo de parcelas? Argumenta.

Para aprender

Un polinomio es una expresión algebraica que se compone de dos o más términos, estos se componen de tres elementos esencialmente: coeficientes (a_n), variables (x) y exponentes $(\ )^n$, en este bloque abordaremos polinomios de una variable y su forma general es:

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0, \text{ con } a_n \neq 0.$$

Donde *n* representa el grado del polinomio con una variable, es decir, el grado lo define el exponente mayor de la variable que está elevada. Por ejemplo:

$3x^3 + 2x^2 - 3x + 4$, es de tercer grado.

$7x^2 - 3x + 1$, es de segundo grado.

Para el caso de que existan dos o más variables, el grado lo determinará la suma mayor de los exponentes de cada término.

Por ejemplo:

$2x^3y^4 + 2x^2y^2 + 2x^4 - 2y^2 + 2x - 3$, es de séptimo grado.

$3m^2n^3 + 2m^2ny^2 + m^4 - 5n^2 + 2n + 15$, es de quinto grado.

Saber más...

Regla de multiplicación de los signos:

(+)(+) = +

(+)(-) = -

(-)(+) = -

(-)(-) = +

MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO.

Se multiplica cada término del polinomio por el término del monomio.

Saber más...
Leyes de los exponentes:

$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^5 \times 2^3 = 2^8$
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$5^7 \div 5^3 = 5^4$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(10^3)^7 = 10^{21}$
$a^1 = a$	$17^1 = 17$
$a^0 = 1$	$34^0 = 1$
$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$
$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$9^{-2} = \frac{1}{81}$
$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$	$49^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{49} = 7$

Ejemplo 1

$(2x^2 - 4x + 2)(3x^3) = 6x^5 - 12x^4 + 6x^3$

Ejemplo 2

$(x^3 - 4x^2 - x + 1)(-x^3) = -x^6 + 4x^5 + x^4 - x^3$

Actividad: subraya la respuesta correcta de las siguientes expresiones de suma y resta de monomios.

9a–2a =

a) 12a

b) 7a

c) a

d) 6a

9x–7x =

a) 2x

b) 6x

c) 3x

d) x

9a+3a =

a) 16a

b) 12a

c) 18a

d) 11a

x+x =

a) 4x

b) 3x

c) 2x

d) 7x

8x+7x =

a) 14x

b) 16x

c) 15x

d) 21x

Actividad: subraya la respuesta correcta de las siguientes expresiones de suma y resta de monomios (solución).

9a–2a =

a) 12^a

b) 7^a

c) a

d) 6a

9x–7x =

a) 2x

b) 6x

c) 3x

d) x

9a+3a =

a) 16^a

b) 12a

c) 18a

d) 11a

x+x =

a) 4x

b) 3x

c) 2x

d) 7x

8x+7x =

a) 14x

b) 16x

c) 15x

d) 21x

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS.

Multiplica cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio, luego se reducen los términos semejantes, respetando la regla de multiplicación de los signos.

- Ejemplo:

$(2x^2 - 4x + 2)(3x^3 - 2x) = 6x^5 - 4x^3 - 12x^4 + 8x^2 + 6x^3 - 4x = 6x^5 - 12x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 4x$

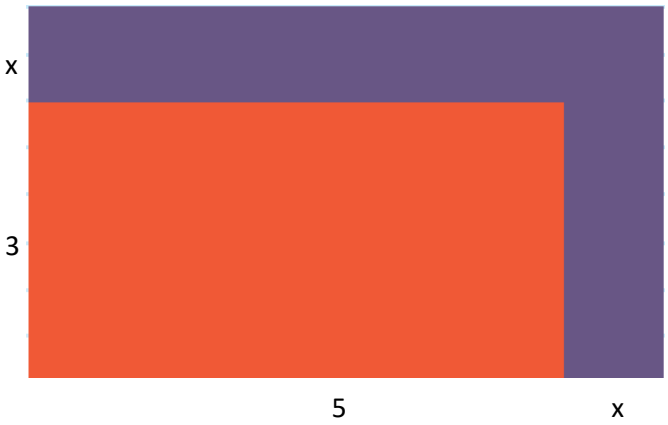
- Ejemplo:

$(3x^2 + 2x)(-x^3 + 1) = -3x^5 + 3x^2 - 2x^4 + 2x = -3x^5 - 2x^4 + 3x^2 + 2x$

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

Actividad. En equipo de tres integrantes realicen la siguiente actividad:

Expresen el área de la parcela de la actividad, si aumentamos en **x** cantidad de kilómetros, cada uno de sus lados.

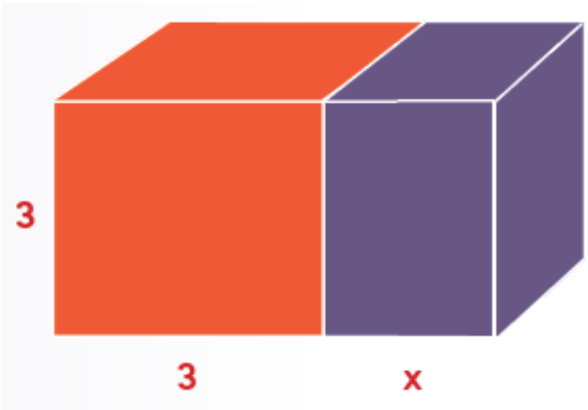


a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área del rectángulo, realizada esta modificación? Desarrolla y reduce.

b) Modifica las dimensiones de largo y ancho a los lados en un múltiplo de x (ya sea que se aumente o disminuya) y expresa el área del nuevo rectángulo. Desarrolla y reduce.

c) Expresa algebraicamente: la suma y la diferencia de áreas de las dos figuras anteriores (incisos a y b).

Actividad. Determina el volumen, si aumentamos en x una de las aristas del cubo de Rubik, como se ve en la figura:



a) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde al nuevo volumen?

b) Ahora, si otra de las aristas resulta aumentada en 2x. ¿Qué expresión algebraica corresponde al nuevo volumen? Desarrolla y reduce esa expresión.

Actividad. Si tienes inicialmente dos cubos idénticos de aristas 9 centímetros, que posteriormente son aumentadas en 3x la arista del primero y en 4x la arista del segundo, ¿Qué expresión algebraica reducida corresponde al volumen final total?

En la siguiente actividad practicarás estas operaciones con polinomios.

De las siguientes expresiones algebraicas realiza la reducción de términos semejantes, Colocando sobre las líneas la respuesta correcta.

a) $2ax + 7ax - 5ax + 3ax - 9ax =$ _____,

b) $x^2 + 2x + 3x^2 - 3x + x =$ _____,

c) $4m^3n^2 - 2m^2n - 5m^3n^2 + 2m^2n =$ _____,

d) $10xy - 5z - 9xy + 4z + z =$ _____,

e) $4ab + 3bc - 5ab + 8bc - 10bc + ab =$ _____,

Actividad. Restar las siguientes expresiones algebraicas.

1). 5m - 8n - 4p **restar** - 3n - 4p + 6m= _____

2). - 8a + 7x - 3m **restar** 3a - 8m - 5x = _____

3). 4x - 3y + 2 **restar** 5x + 7y – 6 =_____

4). 7a - 4b - 5c **restar** 4c - 6a + 8b = _____

5) m - n - p **restar** - n - p + m =_____

Actividad. Realiza la multiplicación de los siguientes polinomios.

a) (17am - 3a2m + 2m) (3am)

b) (2x - 2) - 2(x^3 + 2x^2 - 3x +1)

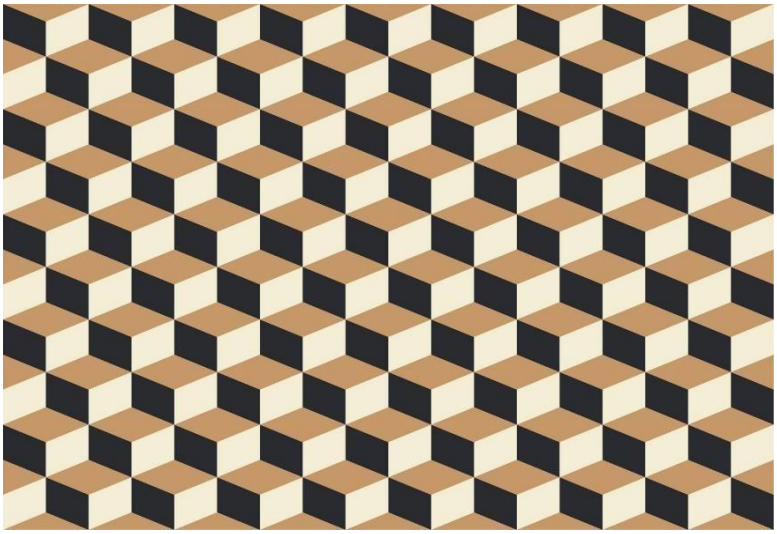
c) (2 + a^2 - 2a - a^3) (a + 1)

d) (2y) (y)

Actividad. De manera individual realiza lo siguiente:

Una fotografía mide 8 pulgadas por 10 pulgadas. La fotografía se coloca sobre un cartón rectangular dejando un ancho uniforme alrededor de la misma. El área conjunta de la fotografía y del ancho uniforme es de 120 pulgadas cuadradas.

Encuentra la medida del ancho uniforme.

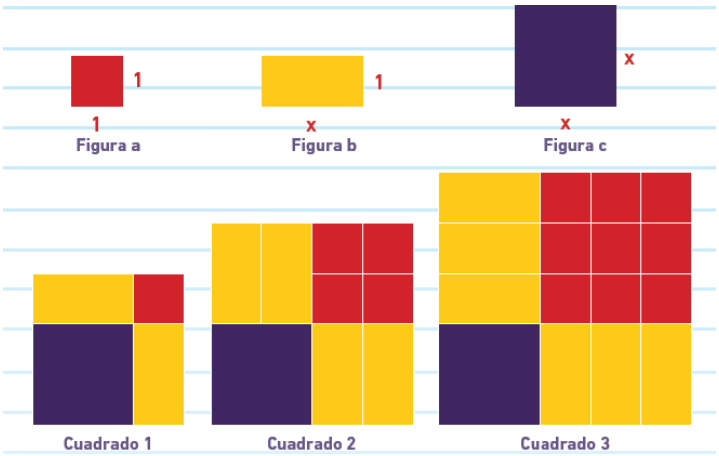


a) ¿Cuánto es el ancho del cartón? _____

b) ¿Cuánto es el largo del cartón? _____

c) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área del cartón? _____

En equipo de tres integrantes determinen el área de los cuadrados formados con las figuras, y llenen los campos de la tabla con la información correspondiente.



Número del cuadrado	Medida del lado	Área
1	x + 1	$(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
2		
3		
4		
5		
6		
a		

a) ¿Qué expresión algebraica pueden utilizar para representar estas áreas?

b) ¿Para cuáles figuras geométricas es válida esta expresión?

c) ¿Qué expresión algebraica utilizarían si restan en lugar de sumar?

Para aprender

BINOMIOS AL CUADRADO.

Al aumentar el valor del lado del cuadrado, sigue una regla, la cual es válida al momento de disminuir el lado, a esta regla se le llama binomio al cuadrado y la podemos expresar como:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2\,ab + b^2$$

La podemos utilizar al multiplicar un binomio por sí mismo, sin tener que realizar toda la multiplicación de dos polinomios.

Ejemplo 1

$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

Ejemplo 2

$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

Actividad. Para practicar:

a) $(x^2 - 5)^2 =$

b) $(3x^3 + 4)^2 =$

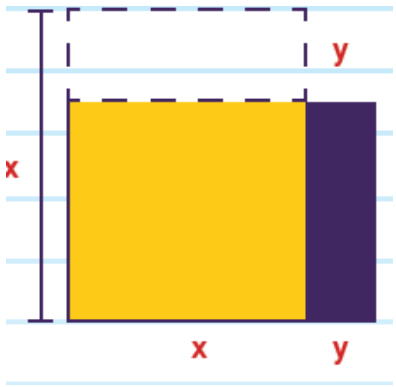
c) $(-x + 1)^2 =$

d) $(x - \frac{1}{2})^2 =$

e) $(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4})^2 =$

Actividad. En equipo de tres integrantes realicen la siguiente actividad, llenando los campos de la tabla correspondiente:

Dada la siguiente figura, determinen el área del cuadrado, asignando valores a ***y***.



Número del cuadrado	Valor de y	Área
1	1	$(x + 1)(x - 1) = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
a	a	

a) ¿Qué expresión algebraica puedes utilizar para representar estas áreas? Desarrolla y simplifica.

b) ¿Cuándo puedes utilizar esta expresión algebraica?

Ejercitando mi habilidad

De la misma manera que la actividad anterior, en esta actividad pudiste observar que al aumentar el valor de un lado del cuadrado en "y" cantidad y disminuir el otro lado en la misma cantidad, esta sigue una regla a la que se denomina binomios conjugados y la podemos expresar como:

Binomios conjugados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo 1

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

Ejemplo 2

$$(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 16$$

Actividad. Resuelve lo siguiente:

a) $(2x^2 - 4)(2x^2 + 4) =$

b) $(4 + x)(4 - x) =$

c) $(7x - 3)(7x + 3) =$

d) $(x - 1)(x + 1) =$

e) $(x^2 - 4x)(x^2 + 4x) =$

Actividad. En equipo de tres personas realicen la siguiente actividad:

Dada la siguiente figura, tomando en cuenta que el valor de "z" y el valor de "y" son diferentes. Determinen el área y llenen la siguiente tabla:

Valor de y	Valor de z	Área
1	3	$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
a	a	

a) ¿Qué proceso utilizaron para la solución?

b) ¿Pueden formular una expresión algebraica para representar este tipo de productos?

c) ¿Qué condición debe cumplir para utilizar este método?

BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN.

Aplicamos la regla de binomios con término común.

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$$

Ejemplo 1

$(x - 3)(x + 4) = x^2 + x - 12$

Ejemplo 2

$(2x + 3)(2x + 1) = 4x^2 + 8x + 3$

Actividad. Resuelve lo siguiente:

a) $(x + 5)(x - 8)=$

b) $(2x^2 + 2)(2x^2 + 1)=$

c) $(x + 2)(2x + 2)=$

d) $(x + 3)(x - 6)=$

e) $(-x^3 - 2)(-x^3 - 3)=$

PRODUCTOS NOTABLES

En las actividades anteriores realizaste operaciones con polinomios que siguen una regla fija, es decir, podemos generalizar el método de resolución, a este proceso se le denomina.

Binomio al cuadrado.

$$(a \pm b)2 = a^2 \pm 2\,ab + b^2$$

Binomios conjugados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Binomios con término común.

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)\,a + bc$$

Factorización con productos notables

A cada producto notable corresponde a una regla de factorización, por ejemplo, el resultado de un binomio al cuadrado es un trinomio cuadrado perfecto, el resultado de producto de binomios conjugados es una diferencia de cuadrados. A continuación, veremos algunos ejemplos de factorización por medio de productos notables.

Trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Diferencia de cuadrados.

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

Factorización con término común.

$$x^2 + 2x - 24 = (x + 6)(x - 4)$$

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

Factorización

Es el procedimiento por medio del cual un polinomio se separa en sus factores, estos factores al multiplicarse entre sí dan como resultado el polinomio inicial. Es importante observar que no todos los polinomios se pueden factorizar ya que hay expresiones que sólo son divisibles entre ellas mismas o por la unidad.

El factor común: es cuando tenemos la misma variable en cada término de la expresión. Al analizar la expresión ax + bx se tiene que x es la variable común para ambos términos de la expresión por lo que podemos expresarla:

$$ax + bx = x\,(a+b)$$

Las expresiones son equivalentes ya que si aplicamos la propiedad distributiva regresamos a la expresión original.

También podemos tener múltiplos de los coeficientes que acompañan a las variables y también pueden ser parte del factor común:

En la expresión 4a3 + 6a2b se puede observar que la variable en común es “a2” y que 4 y 6 tienen como múltiplo al 2 por lo que la expresión puede expresarse de la siguiente forma:

$$4a^3 + 6a^2b = 2a^2\,(2a + 3b)$$

Ejercitando mi habilidad (Ejercicios).

Analiza la información, organiza equipos y trata de resolver los ejercicios propuestos o también por círculos de estudio.

a) $12a^3 – 16a^2=$
b) $12xyz + 8x^2y^2z^2 – 4x^3y^3z^3=$
c) $100a^2b^3c – 150ab^2c^2 + 50ab^3c^3 – 200abc^2=$

Escribe los signos, los exponentes o las cantidades que faltan en las siguientes expresiones algebraicas de los productos notables estudiados.

a) $(m + n)^2 = m \square 2mn + n \square$

b) $(a + b)(a – b) = a^2 __ b^2$

c) $(5c^2 + 2d)^2 = __ c^4 + 20c \square d + __ d^2$

Para aprender (teoría).

Factorización por agrupación.

En un polinomio podemos tener variables multiplicadas entre sí siendo estos factores comunes en algunos términos, pero en otros no, por ejemplo:

$$ac + ad + bc + bd$$

Se puede observar que ***a*** es un común para los dos primeros términos y ***b*** para los restantes por lo que podemos reagrupar de la siguiente forma:

$$(ac + ad) + (bc + bd)$$

Luego se aplica el factor común

$$a\,(c + d) + b\,(c + d)$$

Quedando ***(c + d)*** multiplicando a alas otras variables lo que significa que la suma de ***a + b*** multiplica a la suma de ***c + d***:

$$(a + c)\,(b + d)$$

Factorización de Trinomio al Cuadrado Perfecto.

Este polinomio se caracteriza por tener raíces cuadradas exactas en el primer y tercer término y que el segundo término sea el doble producto de las raíces.

Analicemos el siguiente caso:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

a tiene una raíz exacta y ***b*** tiene una raíz exacta entonces solamente faltaría analizar el termino central:

2ab significa que estamos multiplicando ***a x b*** y al mismo tiempo por ***2*** y ***a*** y ***b*** son los valores de las raíces de a^2 y b^2

Como cumple con las características de dicho producto entonces, dentro de un paréntesis se anota la raíz del primer término se escribe el signo del segundo término y se escribe la raíz del segundo término.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Nota: el tercer término puede ser una variable o un número, pero siempre debe tener una raíz exacta.

Ejemplos:

- $x^2 + 8x + 16$
- $x^2 + 2xy + y^2$
- $49a^2 - 14\,ab + b^2$

Factorización diferencia de cuadrados.

Se obtiene por medio de binomios conjugados:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Ambos miembros del binomio al cuadrado deben tener raíces exactas tanto la variable como el coeficiente, por ejemplo:

$$4x^2 + 9y^2$$

Vamos analizando el binomio el coeficiente de la ***x*** es 4 y tiene raíz exacta **2** y el coeficiente de la **y** es **9** y tiene raíz exacta **3**, entonces se puede factorizar de la siguiente forma:

$$4x^2 + 9y^2 = (2x + 3y)(2x - 3y)$$

Se abren 2 paréntesis en el primero se anota la suma de las raíces de ambos términos y en el segundo la resta de los mismos ya que ambos términos tienen raíces exactas.

Factorización de Trinomio no Perfecto.

Existen polinomios que no tienen raíz exacta en sus términos, pero también se puede resolver por binomios, la forma general es:

$$ax^2 + bx + c$$

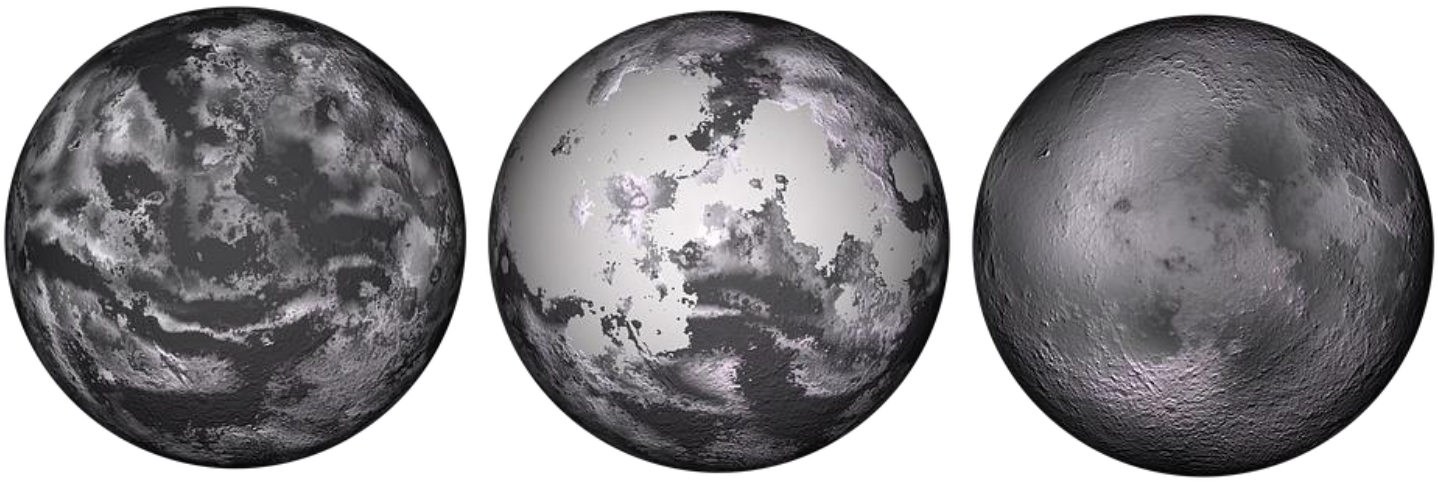
Cada binomio debe contener la raíz de la variable y los segundos términos son números que sumados algebraicamente den como resultado b y su producto sea c. Se tiene el siguiente trinomio:

$$x^2 + 8x + 15$$

Si observamos ni **8** ni **15** tienen raíces exactas, pero se pueden realizar combinaciones en los binomios para poder factorizarlo.

Vamos a analizar qué números sumados algebraicamente den como resultado **8** y multiplicados den como resultado **15**. Vamos a recordar operaciones básicas como las tablas de multiplicar.

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021



Se observa que **3 x 5 = 15** y que **3 + 5 = 8**. Entonces ahora vamos a abrir 2 paréntesis como primer término se coloca la variable en ambos y como segundo los números que cumplen con la suma algebraica y el producto:

$$(x + 5)(x + 3)$$

Y vamos a revisar que al realizar las operaciones de los factores cumplan con el trinomio original.

Recuerda la factorización es equivalente, es como una paráfrasis de los trinomios es expresar lo mismo usando otras expresiones utilizando reglas para que se cumplan.

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$$

Actividad. Factoriza por medio de productos notables los siguientes polinomios:

a) $x^2 - x - 20$
b) $x^2 + x - 30$
c) $x^2 - 16$
d) $x^2 - 6x + 9$
e) $x^4 - 81$
f) $x^2 - 16x + 64$
g) $x^2 + 10x + 25$

Actividad. Ahora practica con los siguientes ejercicios que se presentan a continuación:

1.- $(m+3)^2$ =4.- $(4m^5-5n^2)^2$ =

2.- $(5+x)^2$ = 5.- $(x^5+3y^3)^2$ =

3.- $(2x-3y)^2$ =

Actividad. Ahora practica con los siguientes ejercicios que se presentan a continuación en tu cuaderno:

1.- $(m+3)^3$ =

2.- $(5+x)^3$ =

3.- $(2x-3y)^3$ =

4.- $(4m^5-5n^2)^3$=

5.- $(x^5+3y^3)^3$ =

Actividad. Ahora práctica con los siguientes ejercicios que se presentan a continuación aplicando su regla para la posible resolución, utiliza tu cuaderno:

1) $(4a^2 + 5b)\ (4a^2 - 5b)$ =

2) $(x + 2y)\ (x - 2y)$ =

3) $(2a^2 + 3b)\ (2a^2 - 3b)$ =

$(4a^2b + 3c^3)\ (4a^2b – 3c^3)$ =

5) $(2x^2y + 3xy)\ (2x^2y - 3xy)$ =

6) $(3m + 5n)\ (3m - 5n)$ =

7) $(5x^3 + 10)\ (5x^3 - 10)$ =

Actividad. Ahora práctica con los siguientes ejercicios que se presentan a continuación aplicando su regla para la posible resolución, utiliza tu cuaderno:

1) $(a + 5)(a + 4)$ =
2) $(y + 3)(y – 5)$ =
3) $(m – 5)(m – 3)$ =
4) $(n – 9)(n – 5)$ =
5) $(x – 3)(y – 3)$ =
6) $(4x + 3y)(4x + 5z)$ =

Actividad. Ahora práctica con los siguientes ejercicios que se presentan a continuación aplicando su regla para la posible resolución, utiliza tu cuaderno:

1.- $(5x + 4)\ (3x – 2)$ =
2.- $(8x – 4)\ (x + 2)$ =
3.- $(3x^2y + 5z)\ (8x^2y - 3w)$ =
4.- $(x + 5)\ (x – 3)$ =

Actividad.

Material:

- 20 rectángulos de cartulina o fichas bibliográficas.
- Marcadores.
- Ejercicios resueltos de factorización.
- Plástico Adherible.

Procedimiento:

- Los alumnos toman 2 cuadros de cartulina en el primero escriben el polinomio y en el segundo su factorización correspondiente, los ejercicios ya debieron ser revisados y corregidos.
- Se plastifican las tarjetas para que evitar desgaste.
- Los alumnos juegan con el memorama reconociendo el polinomio y su factorización.

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

Para aprender (teoría).

ANÁLISIS Y REALIZACIÓN DE MODELOS DE SITUACIONES EMPLEANDO ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA.

Seguramente alguna vez te han dicho: “Piensa un número, súmale 15, réstale 10, resta el número que pensaste, multiplícalo por 3, suma 9, divídelo entre 4”. Y mágicamente te dicen que la respuesta es 6, e inmediatamente te preguntas ¿cómo le hizo?, y la respuesta es sencilla, este truco lo resuelve una ecuación muy simple que trataremos a continuación en este bloque.

Actividad. Encuentra el valor que va en el paréntesis, para que sea cierta la igualdad.

a) (-5) + ( ) = -12
b) (4) + ( ) = 18
c) (12) + ( ) = -16
d) (26) ÷ ( ) = -2
e) (-8) ( ) = 56
f) (-36) - ( ) = 4
g) ( ) + (-24) = 0

Ecuaciones lineales con una incógnita.

En este bloque pondrás en práctica los conocimientos aprendidos con anterioridad. El lenguaje algebraico, las propiedades de la igualdad, leyes de los signos en el producto y en la suma, las operaciones con números enteros y racionales, producto notable, etc. Te servirán como base para lograr los nuevos aprendizajes.

Mediante la resolución de una serie de ejercicios y problemas, aprenderás a plantear y resolver situaciones donde se aplican las ecuaciones lineales o de primer grado con una incógnita.

Precisamente, una ecuación es una igualdad que une dos expresiones numéricas o literales, así como operaciones que la relacionan; la cual es cierta para uno o más valores determinados de la literal o literales desconocidas a las cuales llamamos incógnitas.

Por ejemplo:

$$5x - 8 = 7$$

Las ecuaciones se encuentran formadas por dos partes fundamentales, que reciben su nombre de acuerdo con la posición que ocupan en la ecuación. A los términos que se encuentran del lado izquierdo del signo igual, se les conoce como primer miembro y los que estén del lado derecho segundo miembro.

$$\underbrace{5x-8}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{7}_{\text{Segundo miembro}}$$

Iniciemos con un ejercicio muy simple, partiendo de la siguiente ecuación:

$$x + 6 = 13$$

Y la incógnita a descubrir es un número ***x*** que sumado a **6** da como resultado **13**. Antes en lugar de la ***x***, se te ponía un cuadro, raya o paréntesis; donde tenías que escribir el número, con el uso del álgebra ese espacio se convierte en ***x***, que representa al número en cuestión que cumple con las condiciones descritas. Sin dificultad, la solución que hace válida la ecuación es ***7***, es decir, ***x=7***.

Una manera de comprobar que la solución es cierta es sustituir el valor encontrado en la ecuación y verificar si se cumple la igualdad.

$$(7)+6=13$$

$$13 = 13$$

Resolver una ecuación, quiere decir; despejar la incógnita, dejando la literal con coeficiente **1** en uno de los miembros de la igualdad y los valores constantes en el otro.

Ejemplos:

- Resuelve la ecuación $x-8=12$.

Verbalmente la ecuación representa un número que disminuido en 8 resulta 12. Sin pérdida de generalidad, sabes que ese número es 20. La manera formal de resolver la ecuación anterior es haciendo uso de las propiedades de la igualdad de la siguiente manera:

Afirmaciones	Razones
x-8=12	Hipótesis.
x-8+8=12+8	Propiedad de la suma de la igualdad
x=20	Simplificación de ambos miembros de la igualdad.

Como quedó establecido con anterioridad, el objetivo de resolver una ecuación lineal con una incógnita, es despejar la incógnita. Para lograrlo, el término que no contiene a x en el primer miembro de la igualdad -8, se tiene que cambiar de lugar y mandar al segundo miembro de la igualdad, ya que es ahí donde está otro término semejante a él. Para ello, se suma en ambos miembros de la igualdad (tal como lo dice la propiedad de la suma de la igualdad) el opuesto al número definido en la ecuación, que es +8. Observa que se sumó la misma cantidad a ambos lados dela igualdad para que esta no se altere, ya que, si únicamente lo haces a un lado de la igualdad, esta se convierte en desigualdad. Imagínate la situación de la igualdad como una balanza en equilibrio, de tal manera que si tú agregas cosas a un platillo es lógico que la balanza se incline hacia ese lado, pero si agregas lo mismo a ambos platillos, la balanza sigue estando en equilibrio. ¿Estás de acuerdo con ello?

Por último, la simplificación consiste en sumar las cantidades semejantes a ambos lados de la igualdad, es decir, **-8+8=0** y **12+8=20**, de tal manera que el resultado es: **x=20** lo que satisface la ecuación como ya lo habíamos advertido desde un principio.

Para comprobar el resultado lo sustituimos como se muestra en la siguiente ecuación:

(20)-8=12

12=12

¿Crees que exista otro número además de 20 que satisfaga la ecuación? Reflexiona tu respuesta.

- Resuelve la ecuación **3x+5=12**.

Verbalmente, la ecuación representa el triple de un número aumentado en 5 es 12. La respuesta aquí ya no es inmediata como en los casos anteriores. Continuando con la resolución formal de una ecuación de primer grado con una incógnita, se sigue:

Afirmaciones	Razones
3x+5=12	Hipótesis.
3x+5-5=12-5	Propiedad de la resta de la igualdad
3x=7	Simplificación de ambos miembros de la igualdad.
$\frac{3x}{3}=\frac{7}{3}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=\frac{7}{3}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

Observa que la variable ***x*** tiene ahora un coeficiente diferente de ***1***, específicamente el triple de un número, es decir, ***3***. Procedemos como el caso anterior para resolver la ecuación, en el cuarto renglón para lograr que la ***x*** tenga un coeficiente igual a ***1***, se tuvo que dividir a ambos lados de la igualdad entre ***3***. Llevando a cabo la división en ambos lados de la igualdad:

$x=\frac{7}{3}$ Resultó ser una fracción, razón por la cual no fue tan inmediato obtener la

Solución desde un principio.

Para comprobar lo obtenido, sustituimos en la ecuación dicho resultado:

$$3\left(\frac{7}{3}\right)+5=12$$

$$\frac{21}{3}+5=12$$

$$7+5=12$$

$$12=12$$

¿Habrá otro número además de 7/3 que satisfaga la ecuación lineal o de primer grado con una incógnita? Ahora es momento de relacionar el grado de la ecuación con la cantidad de respuestas que se han estado obteniendo en cada caso. ¿Qué deduces al respecto? Escribe en el siguiente espacio tu deducción:

_____

_____

_____

Actividad. Resuelve las siguientes ecuaciones lineales con una incógnita:

a) 3-x=16

b) 5x-8=12

c) 3x-14=5x+6

Actividad. Una joven muy bella llamada Mariana se incorpora al grupo de 5° C en la especialidad de Mantenimiento Industrial, en su presentación al grupo, un compañero interesado en ella, le pregunta sé que es de mal gusto preguntarle la edad a una mujer, sin embargo, creo que tu no tendrás inconveniente en decírmela. A lo que Mariana responde. “Bueno yo soy muy inteligente y te voy a decir mi edad, pero tendrás que adivinarla: Si el triple de mi edad más doce años lo dividimos entre cuatro equivale al doble de mi edad más catorce años y todo esto último dividido entre tres”. Encuentra la expresión algebraica que represente el enunciado anterior y determina la edad de Mariana.

Actividad

Resuelve:

1. $$6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)=3\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$$

Solución

$$6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)=3\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$$

Usando la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis, multiplicamos el primer paréntesis por 6, el segundo por 3 y el tercer por $\frac{3}{8}$.

Es necesario recordar que cuando multiplicamos un número entero por una fracción, se resuelve multiplicando el entero por el numerador de la fracción y el denominador queda igual.

$$\frac{6(x+1)}{8}-\frac{6(2x-3)}{16}=\frac{9}{4}x-\frac{3}{4}-\frac{9}{8}x+\frac{6}{8}$$

Aplicamos la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis en los numeradores

$$\frac{6x+6}{8}-\frac{12x-18}{16}=\frac{9}{4}x-\frac{9}{8}x+\frac{6}{8}$$

Para poder quitar los denominadores, es necesario hallar el mínimo común múltiplo de 4, 8 y 16.

$$4=2^2 \qquad 8=2^3 \qquad 16=2^4$$
$$\text{m.c.m}(8,16,4)=16$$

Dividimos el común denominador entre cada denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente.

$$2(6x+6)-(12x-18)=36x-12-18x+12$$

Usando la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis, multiplicamos el primer paréntesis por 2 y el segundo por -1 y simplificamos.

$$12x+12-12x+18=36x-12-18x+12$$

Agrupamos términos semejantes:

$$12 + 18 = 36x - 18x$$

Despejamos la incógnita:

$$18x = 30 \qquad 3x = 5 \qquad x = \frac{5}{3}$$

2.

$$\frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{x-2}{3}\right)\right] + 1 = x$$

Solución

$$\frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{x-2}{3}\right)\right] + 1 = x$$

Operamos los términos dentro del paréntesis por -1 para poder quitar el signo negativo y el paréntesis de la ecuación, ahora podemos sustituir el corchete por un paréntesis.

$$\frac{2}{3}\left(x - 1 + \frac{x-2}{3}\right) + 1 = x$$

Usamos la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis.
Es necesario recordar que cuando multiplicamos una fracción por otra, se debe multiplicar el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{2x-4}{9} + 1 = x$$

Para poder quitar los denominadores, es necesario hallar el mínimo común múltiplo de 3 y 9.

$$9 = 3^2$$
$$\text{m.c.m}(3, 9) = 9$$

$$6x - 6 + 2x - 4 + 9 = 9x$$

Agrupamos términos semejantes:

$$6x + 2x - 9x = 6 + 4 - 9$$

Sumamos y despejamos:

$$-x = 1 \qquad x = -1$$

3.

$$\frac{4}{x-3} = \frac{5}{x-2}$$

Solución

$$\frac{4}{x-3}=\frac{5}{x-2}$$

Para que se cumpla la igualdad entre las dos fracciones se tiene que cumplir que el producto de extremos sea igual al producto de medios.

O si se prefiere, también se puede hallar el m.c.m. que es $(x-3)\cdot(x-2)$ porque los dos binomios son irreducibles. Posteriormente dividimos el m.c.m. por cada denominador y el resultado se multiplica por el numerador correspondiente.

$$4(x-2)=5(x-3)$$

Usando la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis, multiplicamos el primer paréntesis por 4 y el segundo por 5.

$$4x-8=5x-15$$

Agrupamos términos semejantes

$$-8+15=5x-4x$$

Despejamos la incógnita:

$$x=7$$

4.

$$\frac{5}{x-7}=\frac{3}{x-2}$$

Solución

$$\frac{5}{x-7}=\frac{3}{x-2}$$

Para que se cumpla la igualdad entre las dos fracciones se tiene que cumplir que el producto de extremos sea igual al producto de medios.

O si se prefiere, también se puede hallar el m.c.m. que es $(x-7)\cdot(x-2)$ porque los dos binomios son irreducibles. Posteriormente dividimos el m.c.m. por cada denominador y el resultado se multiplica por el numerador correspondiente.

$$5(x-2)=3(x-7)$$

Usando la propiedad distributiva para desarrollar los paréntesis, multiplicamos el primer paréntesis por 5 y el segundo por 3.

$$5x - 10 = 3x - 21$$

Sumamos los términos semejantes

$$5x - 3x = -21 + 10$$

Despejamos la incógnita:

$$2x = -11 \qquad\qquad x = -\frac{11}{2}$$

5.

$$2(2x - 3) = 6 + x$$

Solución

$$2(2x - 3) = 6 + x$$

Utilizamos la propiedad distributiva para operar el paréntesis, es decir, multiplicar por 2 cada término algebraico que está dentro del paréntesis, así del lado izquierdo tenemos: $2(2x - 3) = 2(2x) + 2(-3) = 4x - 6$

$$4x - 6 = 6 + x$$

Agrupamos términos semejantes, la x que está sumando pasa al otro miembro restando y el 6 que está restando pasa sumando. Sumamos:

$$4x - x = 6 + 6 \qquad\qquad 3x = 12$$

Despejamos la incógnita, el 3 que está multiplicando pasa al otro miembro dividiendo

$$x = \frac{12}{3} \qquad\qquad x = 4$$

Para aprender (teoría).

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Las ecuaciones lineales con las que has estado trabajando hasta ahorita son de una incógnita, pero también las hay de dos, tres, cuatro o más incógnitas.

Piensa en dos números que sumados te resulte 8. Algebraicamente la ecuación que modela este enunciado es:

$$x + y = 8$$

Algunos pares de números que cumplen con la igualdad anterior son:

$$x = 3,\ y = 5;$$

$$x = 1,\ y = 7;$$

$$x = -3,\ y = 11;$$

$$x = 0,\ y = 8;$$

¿Cuántos valores posibles de ***x*** y ***y*** harán que se cumpla la ecuación?

Podemos decir que existen una infinidad de parejas de números (***x***, ***y***) que cumplen con la ecuación anterior. De tal manera que por cada valor que se le asigne a una de las incógnitas, el valor de la otra puede obtenerse por medio de despeje.

Las parejas de números son puntos que podemos representar en el plano cartesiano y nos quedaría de la siguiente manera:

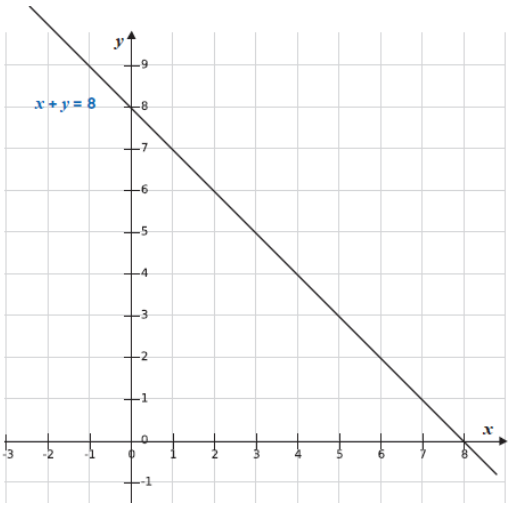


Imagen realizada en Geogebra

Como te podrás haber dado cuenta, la gráfica resultante es una línea recta, ¿ahora entiendes por qué a las ecuaciones de primer grado (llamadas así porque tanto el exponente de ***x*** como el de y es ***1*** para este caso) reciben el nombre de lineales? Habrás notado también que ahora se están usando dos incógnitas en vez de una, a la ecuación anterior se le conoce como ecuación lineal con dos incógnitas. Y su gráfica corresponde a una recta, aquellas parejas de números (***x***, ***y***) que sumados no den ***8***, son puntos del plano cartesiano que no están sobre la recta. Solamente aquellas parejas de números que sumados den ***8*** están sobre la línea recta de la gráfica anterior. Inmediatamente te puedes percatar que la cantidad de puntos del plano que satisfacen la ecuación, es decir, los puntos que están sobre la recta son una infinidad, puesto que la recta es infinita.

Actividad. María fue a la frutería “Carrillo” a comprar 2 kg de jitomate y 3 kg de chile y pagó $45.00. Sin embargo, su vecina Doña Juana compró en la misma frutería 4 kg de jitomate y 1 kg de chile por $35.00. ¿Cuál será el precio del kg de jitomate y cual el del kg de chile?

Solución: Es importante definir las variables que intervienen en el problema, después generar los 2 modelos matemáticos que representen el problema y finalmente aplicar cualquiera de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

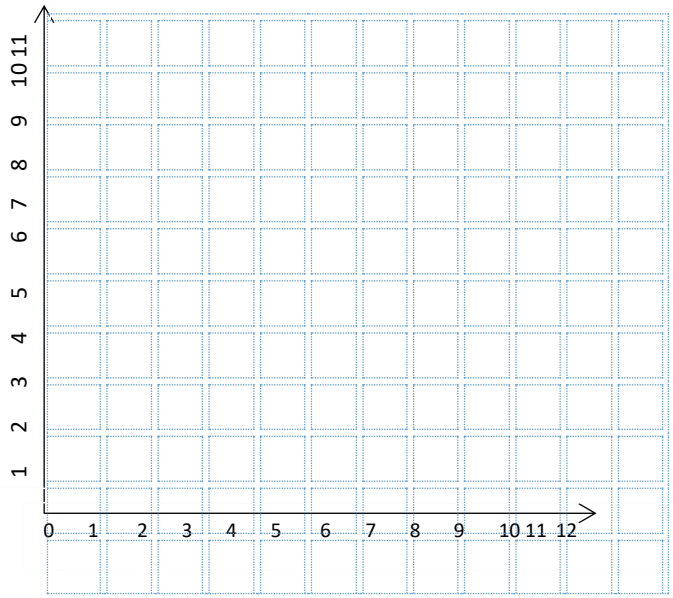
Actividad. Para llevar a cabo esta actividad necesitarás hojas cuadriculadas, lápiz y regla.

c) Escribe la expresión algebraica del enunciado anterior:

d) Completa la siguiente tabla de tal forma que la diferencia entre los valores de x y y sea siempre 12. Y si realiza la gráfica con los puntos (x,y) encontrados.

x	y
1	
2	
3	
4	
5	

Imagen realizada en Geogebra



a) Describe la gráfica.

b) ¿Qué sucede si graficas el punto (1,8)?

c) Explica qué pasó.

Gráfica de una línea recta utilizando los puntos donde la recta corta los ejes cartesianos

A la menor cantidad de puntos que se requieren para trazar una recta, son dos. Así que no es necesario hacer la tabulación de tantos números que anteriormente hacíamos.

Para hacerlo más sencillo, encontraremos aquellos dos puntos de la recta que están ubicados sobre los ejes cartesianos, es decir, encontraremos los puntos de intersección de la recta con los ejes ***x*** y ***y***. Al punto (***a***, ***0***) donde la recta corta al eje x se le conoce como abscisa al origen, y al punto (**0**, ***b***) donde la recta corta al eje y se le conoce como ordenada al origen, como se observa en la figura.

Estos puntos se obtienen sustituyendo en la ecuación de la recta el valor ***x=0*** para obtener (***0***, ***b***), luego ***y= 0*** para obtener (***a***, ***0***).

Ejemplo:

Realiza la gráfica de la ecuación **2x-3y+6=0**.

Sustituimos ***x*=0** en la ecuación y resolvemos despejando ***y:***

$$2(0) - 3y + 6 = 0$$

$$0 - 3y + 6 = 0$$

$$-3y = -6$$

$$y = \frac{-6}{-3} = 2$$

Por lo que la recta corta al eje y en el punto (0,2).

Sustituimos y=0 en la ecuación y resolvemos despejando x.

2x -3(0)+6=0

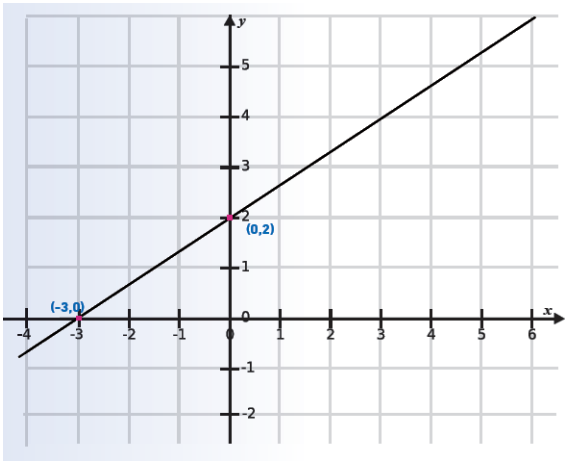
2x -0+6=0

2x =-6

$y = \frac{-6}{2} = -3$

Por lo que la recta corta al eje x en el punto (-3,0).

Graficando los dos puntos en el plano cartesiano y trazando la gráfica queda:



Actividad. Forma un equipo de cuatro integrantes y contesten las siguientes preguntas.

Realicen en su cuaderno diferentes planos cartesianos y grafiquen las siguientes ecuaciones:

y=8; x=5

a) ¿Son líneas rectas? Describan cada una de ellas.

b) ¿Cortan los ejes coordenados?

Grafiquen la ecuación **2x+y=6**.

c) ¿Qué forma tiene la gráfica de la ecuación?, ¿hacia dónde se inclina ésta?

d) ¿En qué punto la gráfica corta al eje y?

e) ¿En qué punto la gráfica corta al eje x?

Actividad. Grafiquen las siguientes funciones lineales en hojas de papel milimétrico, utilicen los cortes con los ejes de coordenadas.

a) y=2x+8

b) y=-3x+6

c) 2x-y+4=0

d) 3x+6y=12

e) 5x+y=8

f) -3x-2y+6=0

g) x-y=5

RESUELVE ECUACIONES LINEALES.

Actividad. Observa el siguiente sistema de ecuaciones lineales y contesta lo que se solicita.

- 3x - 2y + z =0
- 2x - 2y = 8
- 5x = - 25

a) ¿Cuántas ecuaciones e incógnitas tienen el sistema?

b) ¿Cuáles son los coeficientes numéricos de cada ecuación?

c) ¿Cuáles son las constantes o el término independiente?

d) ¿Cuáles son las incógnitas?

e) Por sus características (número de ecuaciones y de incógnitas), ¿cómo se llama este sistema?

f) ¿Cuáles son los valores de cada incógnita?

Una mezcla es el producto de la combinación de dos o más componentes que se encuentran unidos produciendo otra sustancia distinta, se trata de una combinación en la que no existen reacciones químicas entre los componentes de la mezcla y en donde los distintos componentes de la misma se pueden separar mediante procesos físicos.

Las mezclas pueden ser homogéneas o heterogéneas. Una mezcla homogénea es aquella en la cual no es posible distinguir a los elementos que la forman a simple vista y su consistencia es uniforme en todas sus partes; en cambio, en una mezcla heterogénea se pueden identificar fácilmente a los elementos que la forman.

Algo que resulta atractivo desde el punto de las matemáticas, es la posibilidad que ofrecen de utilizar a los sistemas de ecuaciones lineales para modelar situaciones de este tipo. Con frecuencia se mezclan diferentes cantidades de algunos productos con determinadas características, para obtener cierta cantidad de un nuevo producto, del mismo tipo, pero con propiedades particulares.

Tal es el caso del problema que se presenta a continuación, relacionado con una mezcla homogénea.

Existen métodos numéricos, algebraicos y gráficos para resolver un sistema de ecuaciones lineales, tales como:

a) Sustitución.
b) Igualación.
c) Suma o resta (también conocido como método de eliminación o reducción).
d) Determinantes (también conocido como regla o método de Cramer).
e) Gráfico.

Actividad. Investiga los métodos existentes para resolver un sistema de ecuaciones lineal y escríbelos en tu cuaderno, no olvides las fórmulas.

En la siguiente tabla se ilustra el desarrollo de los métodos algebraicos establecidos para resolver un sistema de ecuaciones lineales, tomando como ejemplo el sistema de ecuaciones lineales que arrojó la actividad de inicio de esta secuencia.

Posteriormente se explican el método numérico (determinantes) y el gráfico.

Métodos algebraicos		
Resolver el sistema de ecuaciones lineales **y = 34 - 2x** Ec. 1 **2y = 3x -2** Ec. 2		
Por sustitución	**Por igualación**	**Por suma o resta**
Consiste básicamente en despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones y sustituir (como su nombre lo indica) su valor en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece,	Consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma incógnita, después se igualan (como su nombre lo indica) los resultados obtenidos, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece,	Consiste en igualar los coeficientes numéricos de una de las dos incógnitas procurando que queden con signo contrario para que se puedan eliminar; después se suman o restan los términos semejantes de las ecuaciones obtenidas (de allí el nombre del método), quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece
Para encontrar el valor de "x", se despeja ***y*** de Ec. 1, que en este caso ya se encuentra despejada, y su valor se sustituye en la Ec. 2: **2y=3x-2** Ec. 2 Al sustituir el valor de ***y*** de Ec. 1, queda la ecuación de primer grado con una incógnita, que, al despejarla, se encuentra el valor de dicha incógnita ***x***: **2(34-2x) =3x-2**	Para encontrar el valor de ***x***, se despeja ***y*** de ambas ecuaciones: De Ec. 1: **y = 34-2x** De Ec. 2 $y = \frac{3x-2}{2}$ Igualando los resultados, queda la ecuación de primer grado con la incógnita ***x***. $34-2x = \frac{3x-2}{2}$	Primero acomodamos las ecuaciones para facilitar el procedimiento: **2x+y=34** Ec. 1 **-3x+2y=-2** Ec 2 Para eliminar "y", se multiplica por (-2) la Ec. 1, igualando así los coeficientes numéricos de las "y", pero con signo contrario para que se puedan eliminar **(2x+y=34) (-2)** **-4x-2y=-68**

68-4x=3x-2

-4x-3x=-2-68

-7x=-70

7x=70

$$x = \frac{70}{7}$$

***x*=10**, por lo que Teresa tiene 10 años.
Para encontrar el valor de ***y***, se despeja ***x*** de Ec. 1 y su valor se sustituye en la Ec. 2.
Despejando ***x*** de Ec. 1

y=34-2x

y-34=-2x

$$x = \frac{y-34}{-2}$$

Sustituyendo su valor en Ec. 2:

2y=3x-2 Ec. 2

Queda una ecuación de primer grado con una incógnita, la cual se resuelve despejando ***y***

$$2y = 3\left(\frac{y-34}{-2}\right) - 2$$

$$2y + 2 = 3\left(\frac{y-34}{-2}\right)$$

$$2y + 2 = \frac{3(y-34)}{-2}$$

$$-2(2y+2) = 3(y-34)$$

-4y-4=3y-102

-4y-3y=-102+4

-7y=-98, multiplicando por (-1)

7y=98

$$y = \frac{98}{7}$$

y=14, que es la edad de Melissa.

Despejando ***x***:

2(34-2x) =3x-2

68-4x=3x-2

-4x-3x=-2-68

-7x=-70

Multiplicando por (-1)

7x=70

$$x = \frac{70}{7}$$

x=10, por lo que Teresa tiene 10 años.

Aquí se puede aplicar el método de sustitución para encontrar el valor de ***y***, o proseguir con el método de igualación.
Aplicando el método de igualación:
Para obtener el valor de ***y***, se despeja ***x*** de ambas ecuaciones:
De Ec. 1:

$$x = \frac{y-34}{-2}$$

De Ec. 2:

$$x = \frac{2y+2}{3}$$

Igualando los resultados, queda la ecuación de primer grado con la incógnita ***y***

$$\frac{y-34}{-2} = \frac{2y+2}{3}$$

Despejando ***y***

3(y-34)=(-2)(2y+2)

3y-102=-4y-4

3y+4y=-4+102

7y=98

La Ec. 2 queda igual

-3x+2y=-2

Sumando y restando los términos semejantes de ambas ecuaciones, se elimina la ***y***, y queda una ecuación de primer grado con la incógnita ***x:***

-7x=-70

Multiplicando por (-1)

7x=70

$$x = \frac{70}{7}$$

x=10, por lo que Teresa tiene 10 años.

Se puede proseguir con el método de sustitución, pero se procederá con el método de suma o resta.

Para eliminar ***x***, se multiplica por (3) la Ec. 1 y por (2) la Ec. 2, igualando así los coeficientes de las ***x***, quedando con signo contrario para que se pueda eliminar.

De Ec 1

(2x+y=34) (3) -> 6x+3y=102

(-3x+2y=-2) (2) -> -6x+4y=-4

Sumando y restando los términos semejantes de ambas ecuaciones, se elimina la ***x***, quedando una ecuación de primer grado con la incógnita ***y***

7y=98

$$y = \frac{98}{7}$$

y=14, que es la edad de Melissa.

$$y = \frac{98}{7}$$

y=14, que es la edad de Melissa.

Para verificar si las edades encontradas son las correctas, se sustituyen los valores en las ecuaciones originales o bien se leen las condiciones del problema y se verifica que se cumplan: Sustituyendo los valores de ***x***, ***y*** en Ec. 1:

y=34-2x

14=34-2(10)

14=34-20

14=14

Sustituyendo los valores de ***x***, ***y*** en Ec. 2:

2y=3x-2

2(14) =3(10)-2

28=30-2

28=28

Como los valores satisfacen simultáneamente a ambas ecuaciones, las edades encontradas son correctas. Los resultados coinciden con los obtenidos en el llenado de la tabla y con las condiciones del problema.

Para que practiques y refuerces lo aprendido, a continuación, se presentan las ecuaciones que conforman los sistemas de ecuaciones lineales, para que los resuelvas de manera individual, por el método solicitado e identifiques si se trata de un sistema consistente, inconsistente o dependiente.

Sistema	Método de solución	Solución
3x=3-2y x-3y=-10	Suma y/o resta.	
5x-3y-19=0 3x+y-3=0	Igualación.	
8x- 4y=7 x+3y=(- 7)/4	Sustitución.	
3x+2y=6 $y = \frac{10 - 3x}{2}$	El que prefieras.	

Actividad: Una joven muy bella llamada Mariana se incorpora al grupo de 5° C en la especialidad de Mantenimiento Industrial, en su presentación al grupo, un compañero interesado en ella, le pregunta sé que es de mal gusto preguntarle la edad a una mujer, sin embargo, creo que tu no tendrás inconveniente en decírmela. A lo que Mariana responde. “Bueno yo soy muy inteligente y te voy a decir mi edad, pero tendrás que adivinarla: Si el triple de mi edad más doce años lo dividimos entre cuatro equivale al doble de mi edad más catorce años y todo esto último dividido entre tres”. Encuentra la expresión algebraica que represente el enunciado anterior y determina la edad de Mariana.

Solución: Debemos encontrar la expresión algebraica y después resolverla utilizando las leyes de transposición de términos, para encontrar la edad.

X=Edad de Mariana.
(3X+12) / 4 = (2X+14) / 3
3(3X+12) = 4(2X+14)
9X+36 = 8X+56
9X-8X = 56 - 36
X = 20. Lo que quiere decir que Mariana tiene 20 años.

Sugerencia: Esta actividad se sugiere aplicarla como cierre al tema de ecuaciones lineales con una incógnita.

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

RESUELVE ECUACIONES CUADRÁTICAS.

Actividad. Selecciona la letra que corresponda a la respuesta correcta y anótala dentro de los paréntesis:

1. ( ) La expresión que representa la factorización de $x^2 + 4x$ es:

a) (x+2x)2
b) (x+4) x
c) (x+2x) (x+2x)
d) (x+4) (x+1)

2. ( ) Es el resultado de factorizar la expresión x^2-16es:

a) (x+8) (x-2)
b) (x+4) (4- x)
c) (x+4) (x-4)
d) (x-8) (x+2)

3. ( ) Es el resultado de factorizar la expresión x^2+6x-27es:

a) (x+9) (x-3)
b) (x^2-9) (3)
c) (x-9) (x+3)
d) (x+27) (x-1)

Actividad. El área de un terreno rectangular es de 128 m^2, y su largo es el doble de su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

La forma general de una ecuación cuadrática (o de segundo grado) con una incógnita es:

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

Donde:

Ax^2 representa el término cuadrático (o de segundo grado) donde:

A es el coeficiente del término cuadrático.

Bx representa el término lineal (o de primer grado) donde:

B es el coeficiente del término lineal.

C representa el término constante.

Si una ecuación cuadrática consta de sus tres términos, se dice que es una **Ecuación Cuadrática Completa**.

Si una ecuación cuadrática le falta el término lineal o el término constante, se dice que es una **Ecuación Cuadrática Incompleta**.

Ejemplos.

De las siguientes ecuaciones cuadráticas con una incógnita, indique cuáles son completas y cuáles incompletas:

$3x^2 + 2x = 0$ Es una ecuación incompleta dado que falta el término constante.

$x^2 - x + 6 = 0$ Es una ecuación completa dado que consta de los tres términos. **$6x^2 - 9 = 0$** Es una ecuación incompleta dado que falta el término lineal.

Para saber el tipo de solución de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita, es necesario analizar el valor de **B^2-4AC**, conocido con el nombre de **Discriminante de la Ecuación.**

Se pueden presentar tres casos de solución para este tipo de ecuaciones, los cuales se clasifican dependiendo del valor de la discriminante como se menciona a continuación:

- Si $B^2 - 4AC > 0$ (es decir el valor de la discriminante es positivo).

La ecuación tiene **dos soluciones reales diferentes** (dos números reales diferentes son los que satisfacen la ecuación).

- Si $B^2 - 4AC = 0$ (es decir el valor del discriminante es cero).

La ecuación tiene **dos soluciones reales iguales (una sola solución)** (dos números reales iguales son los que satisfacen la ecuación o bien un solo número real satisface la ecuación).

- Si $B^2-4AC < 0$ (es decir el valor del discriminante es negativo).

La ecuación tiene **dos soluciones imaginarias diferentes** (dos números del conjunto de los números imaginarios o complejos son los que satisfacen la ecuación).

Ejemplos.

Analizando el discriminante de la ecuación indique el tipo de solución de cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

Observando la ecuación tenemos que: $A=1$, $B=2$ y $C=35$

Entonces:

$$B^2-4AC = (2)^2 -4(1)(35)$$
$$= 4 -144$$
$$=144 \text{ (positivo)}$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.

2) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Observando la ecuación tenemos que: A=4, B=12 y C=9

Entonces:

$$B^2-4AC = (12)^2 -4(4)(9)$$
$$= 144 -144$$
$$=0 \text{ (cero)}$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales iguales o una solución real.

3) $4x^2+9=0$

Observando la ecuación tenemos que: A=4, B=0 y C=9

Entonces:

$$B^2-4AC = (0)^2 -4(4)(9)$$
$$= 0 -144$$
$$=-144 \text{ (negativo)}$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes.

Actividad. Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, escribe sobre la línea el tipo de ecuación **completa o incompleta** y el tipo de solución según sea el caso, analizando el discriminante B^2-4AC, determine y escriba sobre la línea el tipo de solución de cada una de ellas.

Ecuación	Tipo de ecuación	Tipo de solución
$4x^2+6x$		
X^2-9		
$X^2+4x-96$		
X^2+16		
$4x^2+19x-11$		

Para resolver la ecuación cuadrática existen varias formas para hacerlo, mencionaremos algunas de ellas:

- Forma 1: Ecuaciones incompletas de la forma $Ax^2+C=0$

Aquí se recomienda hacer un **simple despeje** de la incógnita.

Ejemplos: Resolver las siguientes ecuaciones:

$4X^2-16=0$

$4X^2=16$

$x^2=\frac{16}{4}$

$x^2=4$

$x^2=\pm\sqrt{4}$

$x=\pm 2$

$x_1=2$

$x_2=-2$

$2X^2-50=0$

$2X^2=50$

$x^2=\frac{50}{2}$

$x^2=25$

$x^2=\pm\sqrt{25}$

$x=\pm 5$

$x_1=5$

$x_2=-5$

- Forma 2: Ecuaciones incompletas de la forma $Ax^2+Bx=0$

Aquí es recomendable factorizar la ecuación, utilizando el factor común e igualar a cero cada uno de los factores; y realizar el despeje correspondiente de la incógnita.

Ejemplos Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $8X^2+12x=0$

$(4x)(2x+3)=0$

$4x=0$

$x=\frac{0}{4}$

$X_1=0$

$2x+3=0$

$2x=-3$

$x_2=\frac{-3}{2}$

2) $5X^2-25x=0$

$(5x)(x-5)=0$

$5x=0$

$x=\frac{0}{5}$

$X_1=0$

$x-5=0$

$x=5$

$x_2=5$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $3x^2 - 27 = 0$

2) $5x^2 - 80 = 0$

3) $-2x^2 - 8 = 0$

4) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9} = 0$

5) $5x^2 + 180 = 0$

Fuente: Imagen propia de la Dirección Académica
Reunión con docentes del Comité Técnico de Matemáticas

Actividad El área de un terreno rectangular es de 128 m^2, y su largo es el doble de su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

Solución: Es importante para resolver el problema, usar los conocimientos previos de lenguaje algebraico, es decir, establecer las variables, después la expresión algebraica y finalmente resolverla según los métodos aprendidos del tema.

Datos:

Área es 128 m^2

Ancho del rectángulo = X (puesto que no conoces su magnitud).

Largo del rectángulo = 2X (debido a que es el doble del ancho).

Sabemos además que el área de un rectángulo es: A=b*h, es decir, b=2x y h=x.

Por lo tanto, 128 m^2=(X)(2X)

128 m^2=$2X^2$

128 m^2/2=X^2

64 m^2=X^2

$\sqrt{64}$ m^2=$\sqrt{X^2}$

+- 8 m=X

Por lo tanto, **el ancho del terreno es 8 metros y el largo del terreno 16 metros.**

Sugerencia: Esta actividad se propone que sea aplicada como actividad de cierre, una vez que el estudiantado comprende los métodos para resolver una ecuación cuadrática y para dar a saber que los contenidos estudiados tienen aplicación real.

NOTA ACLARATIVA DE **REFERENCIA BIBLIOGRAFICA**: Cabe mencionar que las actividades se diseñan basadas en la experiencia del docente, sin embargo, se proporciona una referencia tomada como base para el diseño de todas y cada una de las actividades propuestas en este documento.

Fuente: Oscar, S. A. y Ángel Ernesto J. B. (2015). Álgebra. Bachillerato Tecnológico. México. Keep Reading S. A. de C. V.

- FORMA 3: ECUACIONES COMPLETAS DE LA FORMA $Ax^2+Bx+C=0$

Utilizando la fórmula general para la solución de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita, la cual es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo:

$x^2-11x+60=0$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 240}}{2}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2}$$

$$x = \frac{11 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{11 + 19}{2}$$

$$x_2 = \frac{11 - 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{30}{2}$$

$$x_2 = \frac{-8}{2}$$

$x_1= 15$

$x_2=-4$

Actividad. Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando la fórmula general.

1) $x^2 - 4x - 96 = 0$
2) $x^2 + 7x + 12 = 0$
3) $x^2 + 2x - 255 = 0$
4) $6x^2 + 31x + 35 = 0$
5) $6x^2 - 43x + 7 = 0$

RELACIÓN ENTRE FUNCIÓN Y ECUACIÓN CUADRÁTICA

La función cuadrática es una función polinómica de segundo grado, que al ser resuelta de forma gráfica nos entrega la figura geométrica llamada parábola.

Al resolver una ecuación, se encuentra el valor o los valores que cumplen con la igualdad, por lo que la resolución corresponde a un caso particular de una expresión general.

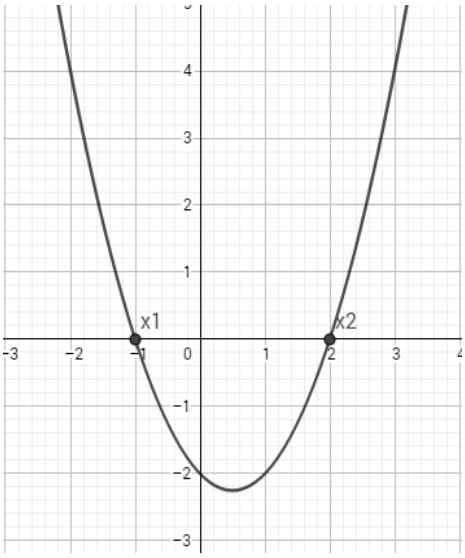
Las ecuaciones de segundo grado pueden expresarse como funciones. Ver el siguiente ejemplo:

Consideremos la ecuación $\mathbf{x^2 - x - 2 = 0}$

Al asignarle a y el valor de **0**, podemos escribirla de la forma: $\mathbf{y = x^2 - x - 2}$

Al darle valores a ***x*** y trazar la gráfica obtenemos la gráfica de la parábola de las siguientes figuras.

x	y
-3	10
-2	4
-1	0
0	-2
0.5	-2.25
1	-2
2	0
3	4



Las abscisas de los puntos donde la curva intersecta el **eje X** nos da las raíces de la ecuación. Es decir: $x_1 = -1$ y $x_2 = 2$.

Se comprueba de la siguiente manera:

De la ecuación original:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Sustituyendo el valor de x_1

$$(-1)^2 - (-1) - 2 = 0$$

$$1 + 1 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

Sustituyendo el valor de x_2

$$(2)^2 - (2) - 2 = 0$$

$$4 - 2 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

Actividad. En equipos resuelvan las siguientes ecuaciones empleando el método gráfico.

a) $x^2 - 3x - 2 = 0$

Actividad Transversal.

Material:

- 20 rectángulos de cartulina o fichas bibliográficas.
- Marcadores.
- Ejercicios resueltos de factorización.
- Plástico Adherible.

Procedimiento:

- Los alumnos toman 2 cuadros de cartulina en el primero escriben el polinomio y en el segundo su factorización correspondiente, los ejercicios ya debieron ser revisados y corregidos.
- Se plastifican las tarjetas para que evitar desgaste.
- Los alumnos juegan con el memorama reconociendo el polinomio y su factorización.

Actividad

1: Se cuenta con dos redes con la misma cantidad de canicas cada una. Se sabe que en las dos redes más tres canicas sueltas dan un total de 79 canicas. ¿Cuántas canicas hay en cada red?

Solución: Primeramente, se debe partir por definir la variable, es decir, lo que desconocemos y asignarle una letra y después formar la expresión algebraica que represente nuestro problema y por ultimo resolver la ecuación lineal con una incógnita.

Definición de la variable; X = Cantidad de canicas en cada red.

Expresión algebraica; 2X+3=79

Solución de la ecuación lineal con una incógnita;

2X=79-3

2X=76

X=76/2

X=38. Lo que quiere decir que en cada red se encuentran 38 canicas.

Sugerencia: Esta actividad se puede implementar como diagnóstico, para identificar si el alumnado busca alternativas de solución empleando el lenguaje algebraico, para después usar la misma actividad para reactivar los conocimientos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Anaya. L. (2016). Matemáticas I: Aritmética y álgebra, México D.F. Editorial Montenegro.
- García. M. (2010). Álgebra para bachillerato. México D.F. Esfinge Grupo Editorial.
- Durazo A. (2017). Matemáticas 1: Módulo de aprendizaje. México, COBACH Sonora.
- Oscar, S. A. y Ángel Ernesto J. B. (2015). Álgebra. Bachillerato Tecnológico. México. KeepReading S. A. de C. V.
- Formulario de Álgebra. (2020). Formulario de Álgebra. Recuperado de: https://matemovil.com/formulario-de-algebra/
- Todas las Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

Fuente: Imagen Recuperada de www.pixabay.com junio 2021

Formulario de álgebra

Descarga y comparte

PROPIEDADES ARITMÉTICAS

ASOCIATIVA	$a(bc) = (ab)c$
CONMUTATIVA	$a + b = b + a \quad y \quad ab = ba$
DISTRIBUTIVA	$a(b + c) = ab + ac$

LEY DE SIGNOS

MULTIPLICACIÓN	DIVISIÓN
$(+) \times (+) = (+)$	$(+) \div (+) = (+)$
$(-) \times (-) = (+)$	$(-) \div (-) = (+)$
$(+) \times (-) = (-)$	$(+) \div (-) = (-)$
$(-) \times (+) = (-)$	$(-) \div (+) = (-)$

EJEMPLOS DE OPERACIONES ARITMÉTICAS

$ab + ac = a(b + c)$	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$
$a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{ab}{c}$	$\frac{a - b}{c - d} = \frac{b - a}{d - c}$
$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{c} = \frac{a}{bc}$	$\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$
$\frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)} = \frac{ac}{b}$	$\frac{ab + ac}{a} = b + c, \ a \neq 0$
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$	$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{ad}{bc}$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

CURSO DE ÁLGEBRA

Si quieres aprender un poco más de álgebra, dale un vistazo a nuestro curso gratuito en YouTube, con cientos de ejercicios resueltos.

RADICALES

$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow a = b^n$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[m]{\frac{a^x}{b^y}} = \frac{\sqrt[m]{a^x}}{\sqrt[m]{b^y}}$

$$P = a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ factores}}$$

potencia: m — base: a

$a^0 = 1; \ a \neq 0$	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \ a \neq 0$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = a^{n \cdot m} = (a^n)^m$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
$(a^m \cdot b^n \cdot c^p)^x = a^{mx} \cdot b^{nx} \cdot c^{px}$	
$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^x = \frac{a^{m \cdot x}}{b^{n \cdot x}}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

PRODUCTOS NOTABLES

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$
$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$
$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$
$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$
$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$
$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$
$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$
$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$
$$(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + a^4$$
$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c)$$

FACTORIZACIÓN

$$a^{2m} + 2a^m b^n + b^{2n} = (a^m + b^n)^2$$
$$a^{2m} - 2a^m b^n + b^{2n} = (a^m - b^n)^2$$
$$a^{2m} - b^{2n} = (a^m + b^n)(a^m - b^n)$$
$$a^{3m} + b^{3n} = (a^m + b^n)(a^{2m} - a^m b^n + b^{2n})$$
$$a^{3m} - b^{3n} = (a^m - b^n)(a^{2m} + a^m b^n + b^{2n})$$
$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$
$$ax^{2m} + bx^m y^n + cy^n = (a_1 x^m + c_1 y^n)(a_2 x^m + c_2 y^n)$$

$a_1 x^m \rightarrow c_1 y^n \Rightarrow a_2 c_1 x^m y^n$

$a_2 x^m \rightarrow c_2 y^n \Rightarrow a_1 c_2 x^m y^n$ $\downarrow (+)$

DESIGUALDADES

$$Si \ a < b \rightarrow a + c < b + c \quad y \quad a - c < b - c$$

Formulario de álgebra

FACTORIAL Y NÚMERO COMBINATORIO

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times (n-1) \times n \; ; \; n \in \mathbb{N}; \; n > 1$$

$1! = 1$	$0! = 1$

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

$C_0^n = 1$	$C_1^n = n$	$C_n^n = 1$

NÚMEROS COMPLEJOS

$i = \sqrt{-1}$	$i^2 = -1$	$i^3 = -i$	$i^4 = 1$

$$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}, \quad a \geq 0$$

$$(a+bi) + (c+di) = a + c + (b+d)i$$

$$(a+bi) - (c+di) = a - c + (b-d)i$$

$$(a+bi)(c+di) = ac - bd + (ad+bc)i$$

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

$\lvert a+bi \rvert = \sqrt{a^2+b^2}$	$\overline{(a+bi)} = a - bi$

$$\overline{(a+bi)}(a+bi) = \lvert a+bi \rvert^2$$

$$\frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$$

VALOR ABSOLUTO

$\lvert a \rvert = \begin{cases} a; & si\ a \geq 0 \\ -a; & si\ a < 0 \end{cases}$	$\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$
$\lvert a \rvert \geq 0$	$\lvert ab \rvert = \lvert a \rvert \lvert b \rvert$
$\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$	$\lvert a+b \rvert \leq \lvert a \rvert + \lvert b \rvert$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

$$Si\ log_b a = x \rightarrow a = b^x; \; a > 0; \; b > 0; \; b \neq 1$$

$log_{10} a = log a$	$log_e a = ln a$
$log_b b = 1$	$log_b 1 = 0$
$log_b(x^r) = r log_b x$	$log_b b^x = x$
$b^{log_b x} = x$	$log_a b \cdot log_b c \cdot log_c d = log_a d$
$log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$	$\frac{log_b x}{log_a x} = log_b a$
$log_b(xy) = log_b x + log_b y$	$log_b\left(\frac{x}{y}\right) = log_b x - log_b y$

$$colog_b x = log_b\left(\frac{1}{x}\right) = log_b(1) - log_b x = -log_b x$$

CULTURA DIGITAL

MyScript

Empezamos con una aplicación que nos llega de la mano de MyScript, una desarrolladora especializada en aplicaciones que sacan el máximo provecho de los stylus en nuestras tabletas. Se trata de una calculadora que traduce nuestra escritura, de manera que nosotros introducimos una operación de nuestro puño y letra y ella nos la resuelve.

El Rey de las Matemáticas

¿Qué mejor manera de retar nuestros conocimientos matemáticos que un sencillo juego para poner a prueba nuestros reflejos? El Rey de las Mates es un sencillo juego en el que se nos planteará distintos tipos de operaciones y cuatro respuestas posibles, de manera que tengamos que acertar el máximo número posible de ellas en el mínimo tiempo que podamos.

Calculadora Gráfica de Mathlab

Si eres estudiantes de preparatoria, es posible que os interese esta aplicación. Se trata de una calculadora gráfica que no sólo hace las funciones de calculadora científica mostrando los cálculos que se van realizando para ir siguiendo la operación, sino que también es capaz de realizar gráficos y genera automáticamente las direcciones y valores de X e Y.

Geogebra

Y terminamos con todo un peso pesado como GeoGebra, la versión para Android de un software libre multiplataforma de matemática para la educación en todos sus niveles. Con ella podremos mejorar nuestros conocimientos en aritmética, geometría, álgebra y cálculo, teniendo a nuestra disposición recursos de probabilidad y estadística.

ThatQuiz

Aplicación divertida con varias opciones de realizar ejercicios interactivos yretar a tus compañeros de clase Amplia selección de cuestionarios evaluables clasificados por distintos bloques de contenidos. Al registrarse como profesor permite crear clases, asignar y crear pruebas, etc. Cuando asignamos pruebas a una clase se genera un código que es el que usan los alumnos para realizarlas. Finalmente como profesor se pueden ver las notas, editarlas, observar lo que ha hecho cada alumno, obtener un informe con aciertos, errores, …Los Maestros ven todos los datos de sus clases en la app. Estudiantes pueden completar todos exámenes y ver notas.
Padres ven resultados de inmediato también.
Cualquier persona puede practicar las matemáticas hasta la perfección.

ÁLGEBRA